

...DANS VOTRE ESSENTIA PHYSIQUE 6^e ANNÉE – SCIENCES GÉNÉRALES

La collection Essentia en physique au troisième degré propose une approche expérimentale de la matière tout en gardant la caractéristique d'un livre de référence.

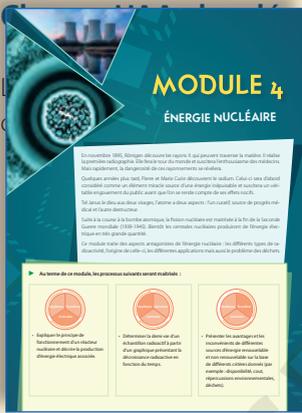
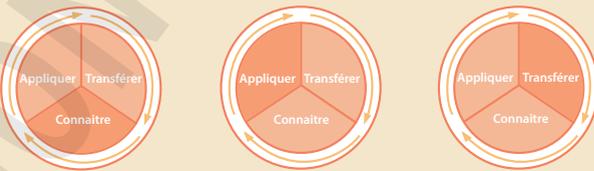
Les notions reprises dans ce livre, sont basées sur le document élaboré par la communauté française : **Référentiel de compétences terminales et savoirs requis en sciences générales.**

Dans ce livre sont présentées les unités d'apprentissage suivantes : l'UAA7, l'UAA8. En outre, le programme de l'enseignement libre demande d'aborder en sixième année les notions traitant des courants induits. Celles-ci sont reprises dans le module 5 de l'UAA7.

Par ailleurs, le programme de l'enseignement officiel demande d'aborder la dilatation des solides, des liquides et des gaz ainsi que la loi des gaz parfaits. Nous avons repris ces notions au début du module 3 de l'UAA 8.

Chaque page est divisée en modules.

Les notions reprises au début de chacun de ceux-ci et sont réparties en trois savoirs : Connaître, Appliquer et Transférer.

Chaque module commence par des situations-problèmes.

Celles-ci ont pour objet de susciter l'intérêt. Leur résolution demande l'application des notions du module.



Le fil conducteur de ce livre est l'expérimentation. Des applications dans la vie quotidienne sont décrites pour un grand nombre de notions vues. Afin de fixer la matière, de nombreux exercices sont proposés sous la forme de QCM, d'exercices simples (appliquer) ou d'exercices plus complexes (transférer).

Différents logos sont placés dans le livre afin d'attirer l'attention.

NOTIONS

Les notions à connaître



Pour aller plus loin

Des compléments d'information pour ceux qui veulent une approche plus complète de la matière dépassant parfois le contenu strict du référentiel.



Des liens vers des vidéos illustrant la matière.

EXERCICE RÉSOLU



Exercice résolu

la réponse est écrite à l'envers dans le cahier pour permettre aux élèves de développer la réflexion avant même de lire la réponse.



Des exercices pour appliquer et transférer.

Toutes les applications ne sont pas réalisables dans leur intégralité lors des cours mais permettent de différencier le travail de chaque élève selon leurs difficultés d'apprentissage.



SCOODLE

Le corrigé de ces applications est disponible en ligne pour l'enseignant uniquement dans le Kit du prof 100% numérique.

UAA 7

OSCILLATIONS ET ONDES

Compétences à développer

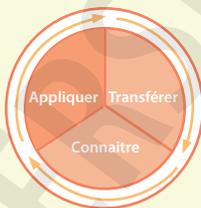
- Décrire et expliquer une application, un phénomène ou une expérience impliquant la transmission d'une information via une onde.
- Déterminer la valeur de grandeurs physiques propres à un phénomène oscillant.

MODULE 1

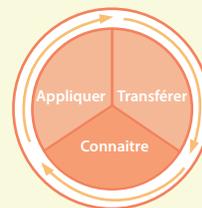
MOUVEMENTS OSCILLANTS

Un mouvement oscillant est un mouvement autour d'une position d'équilibre. De nombreux phénomènes de la vie courante sont des phénomènes oscillants comme l'oscillation d'une balançoire ou le mouvement d'un ressort. À petite échelle, les molécules et les atomes oscillent autour d'une position d'équilibre. Ce chapitre est consacré à la description des grandeurs liées à ces mouvements.

► Au terme de ce module, les processus suivants seront maîtrisés :



- Déterminer expérimentalement la période et la fréquence d'un mouvement harmonique, ou les caractéristiques d'un résonateur. En comparant à la valeur calculée, vérifier les valeurs obtenues en fonction du dispositif employé.



- Identifier les grandeurs caractéristiques d'un mouvement harmonique (amplitude, fréquence, période, phase initiale, énergie).
- À partir de la 2^e loi de Newton, retrouver les paramètres qui déterminent la période d'oscillation d'un oscillateur harmonique.



SITUATION-PROBLÈME 1



Mimosa pudique

En 1729, **Jean-Jacques Dortous de Mairan**, mathématicien et astronome français, réalise une expérience sur le mimosa pudique. Cette plante a la particularité de fermer ses feuilles la nuit. Il montre que le mimosa continue à fermer ses feuilles, même si on le place constamment dans l'obscurité complète. Ce phénomène est donc interne à l'organisme. Le mimosa possède une sorte d'horloge interne. Dortous de Mairan a ainsi jeté les bases de la chronobiologie et mis en évidence le rythme circadien c'est-à-dire un rythme d'environ 24 heures.

Chez l'homme aussi, de nombreuses fonctions de l'organisme (comme l'alternance veille/sommeil, la température corporelle, la pression artérielle, etc.) ont un cycle d'une durée de 24 heures. Les perturbations de ce rythme peuvent être graves pour la santé. Le prix Nobel 2017 de médecine a couronné les travaux de trois chercheurs américains pour leur découverte des mécanismes moléculaires qui règlent le rythme circadien.

Qu'est-ce qu'un cycle ?

Comment appelle-t-on la durée de celui-ci ?



SITUATION-PROBLÈME 2

En 1671, l'astronome français **Jean Richer** observe à Cayenne, capitale de la Guyane française qu'une pendule à balancier accuse un retard de 2 min 30 s par rapport à la même horloge à Paris. En utilisant un pendule battant la seconde à Paris, il constate que, pour qu'il conserve la même période à Cayenne, celui-ci doit être plus court de 2,6 mm.

Qu'est-ce qu'un pendule battant la seconde ?

Pourquoi doit-on le raccourcir pour garder la même période ?



1.1. PHÉNOMÈNES PÉRIODIQUES

Un pendule simple est formé par une masse compacte fixée à l'extrémité d'une ficelle. Si la masse suspendue est écartée de sa position d'équilibre puis laissée libre de se mouvoir, elle repasse par la même position et dans le même sens après un intervalle de temps constant. Le phénomène est qualifié de périodique.

Dans un phénomène périodique, la valeur prise par une grandeur telle que la position, la tension électrique, la luminosité... se répète sous la même forme après une durée déterminée, appelé **période**.

Un mouvement périodique est constitué d'une succession de mouvements identiques entre eux. Chacun de ces mouvements élémentaires s'appelle un cycle. Il est effectué en une période.

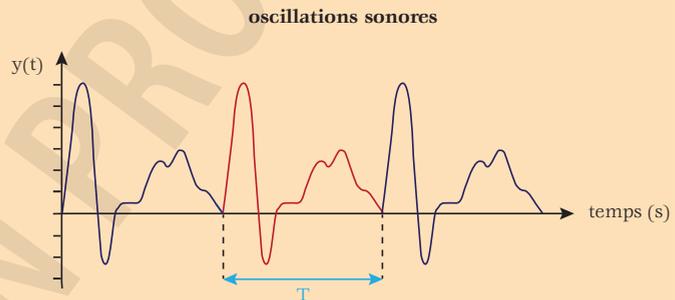


NOTIONS

Le graphique d'une grandeur variant périodiquement **se répète**, identique à lui-même, après l'écoulement **d'une durée constante appelée période**.

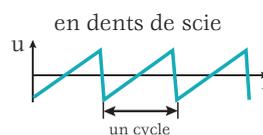
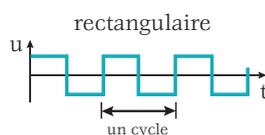
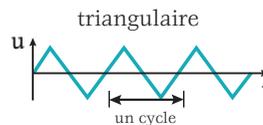
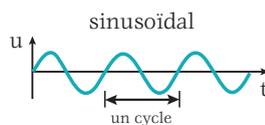
La définition mathématique d'une grandeur périodique est :

La fonction $f(t)$ est une **fonction périodique de période T** si, pour tout t , $f(t + T) = f(t)$.



La même constatation peut être faite pour tout mouvement périodique. Il suffit donc de faire un copier-coller d'un cycle pour tracer le graphique de la grandeur qui varie.

Si la trajectoire décrite par le mobile se réduit à une portion de courbe, comme dans le cas du pendule, ou à un segment de droite, comme dans le cas du système masse-ressort, le mouvement est dit oscillatoire.



Signaux électriques périodiques

NOTIONS

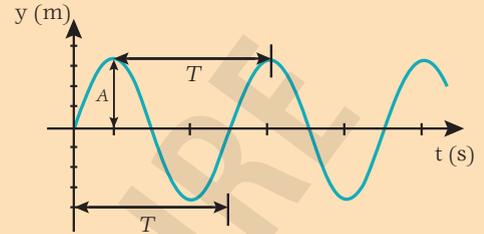
Le cycle complet du mouvement oscillatoire d'un objet correspond à un mouvement aller-retour. L'**élongation** est l'écart entre la position instantanée du mobile et sa position d'équilibre.

L'**amplitude** A représente la valeur maximum de l'élongation. Elle s'exprime en mètre pour un système masse-ressort ou en degré (radian) pour un pendule.

La **période** T représente la durée nécessaire à l'objet pour effectuer un aller-retour, c'est-à-dire une oscillation complète ou un cycle. Elle s'exprime, dans le système international, en seconde.

La **fréquence** f d'un mouvement périodique correspond au nombre d'oscillations complètes effectuées par unité de temps. Son unité SI est le Hertz (Hz) ou la seconde⁻¹ (s⁻¹).

Fréquence et période sont donc des grandeurs inverses l'une de l'autre : $T = \frac{1}{f}$

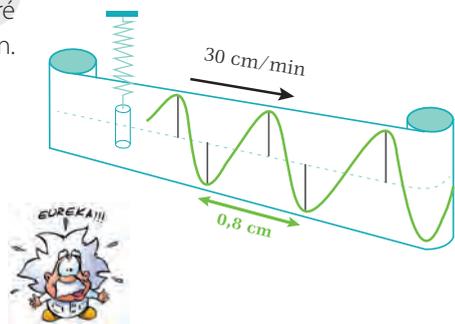


EXERCICE RÉSOLU

Le mouvement d'un système masse-ressort est enregistré sur une feuille de papier qui défile à la vitesse de 30 cm/min. Le même élément de courbe se retrouve tous les 0,8 cm.

Quelles sont la période et la fréquence de l'oscillateur ?

Réponse : Le motif élémentaire correspond à 0,8 cm. Si le papier défile à raison de 30 cm par minute, on a 30 cm correspondant à 60 s donc 0,8 cm correspond à 1,6 s. La période est de 1,6 s et la fréquence de 0,625 Hz.



EXERCICES POUR APPLIQUER ET TRANSFÉRER



APPLIQUER

1



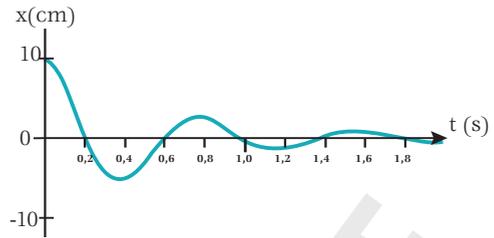
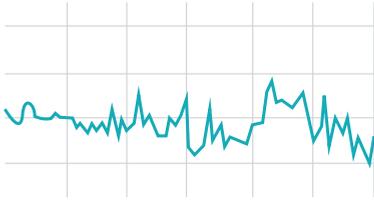
Un colibri bat des ailes avec une fréquence variant entre 8 et 80 Hz.

**Combien effectue-t-il de battements par minute ?
Quelle est la durée d'un battement d'aile ?**



2

Observer les deux signaux ci-dessous.



- Le premier mouvement est la transcription d'un bruit.
Quelle est la caractéristique d'un bruit ?
- Le second mouvement est celui d'un pendule simple dont la masse se déplace dans un liquide.
Ce mouvement est-il périodique ? Justifier

3

Un pendule met 2 secondes pour réaliser une oscillation complète.

- Quelle est sa fréquence ?**
- La longueur du pendule est modifiée. Il passe par la position d'équilibre toutes les 3 secondes.
Quelle est sa période ?

4

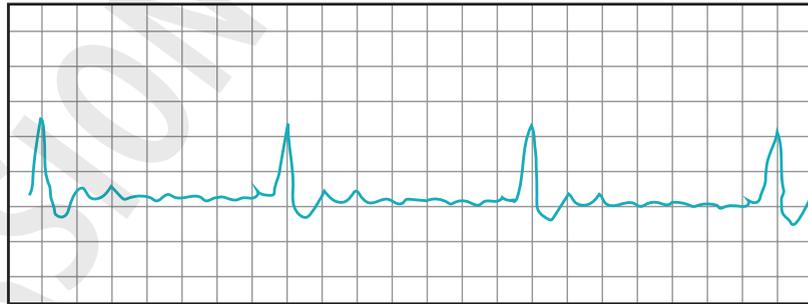
Un pendule met 0,60 s pour parcourir les 24 cm entre les extrémités de son mouvement oscillatoire. **Quelles sont l'amplitude et la fréquence de ce mouvement ?**

5

Julie souhaite devenir pilote de ligne. Pour ce faire, elle doit passer un examen médical qui est éliminatoire. Durant cet examen, un électrocardiogramme est réalisé (situation au repos).

Seuls les candidats ayant un cœur qui, au repos, bat entre 60 et 80 pulsations par minute sont retenus.

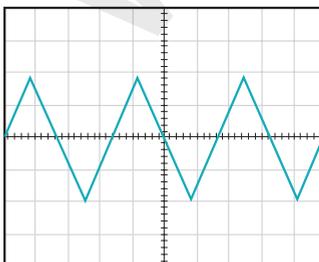
Julie fait-elle partie de ceux-ci ?



0,125 s / carré

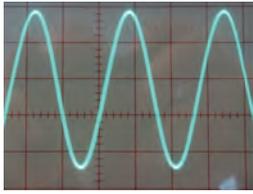
6

Voici un oscillogramme sur lequel on observe une tension triangulaire. La sensibilité verticale (en ordonnée) est de 2 V/div la base de temps (en abscisse) est de 5 ms/div.



- Déterminer la tension maximale.
- Déterminer la tension crête à crête.
- Déterminer la période de ce signal.
- Calculer la fréquence.

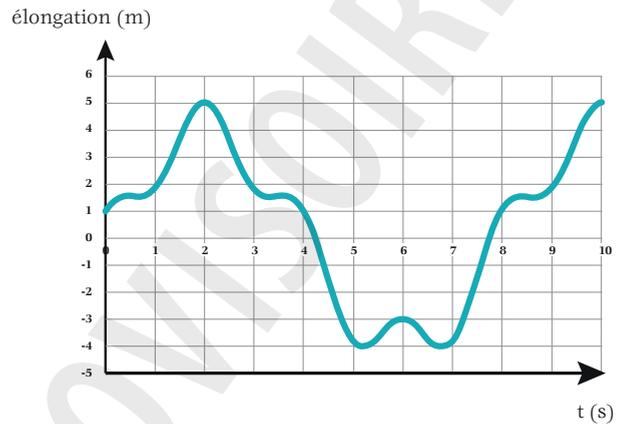
1



Voici le graphique d'un son, transformé en courant électrique en utilisant un micro. **Déterminer la période, la fréquence et l'amplitude de ce mouvement périodique.** (Une graduation horizontale correspond à 2 ms et une graduation verticale à 2 V.)

2

On donne le graphe ci-contre. **Déterminer la période et la fréquence du mouvement périodique.**



2.

MOUVEMENT HARMONIQUE

RAPPEL :

Vitesse et accélération linéaire

Un mobile se déplace en ligne droite selon l'axe des x . Sa position en fonction du temps est donnée par la fonction $x(t)$.

Sa **vitesse moyenne et son accélération moyenne** sont définies par les formules :

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \text{ et } a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

La **vitesse instantanée** est définie par :

$$v(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = x'(t) = \dot{x}$$

L'équation $v(t)$ de la vitesse d'un objet est obtenue en dérivant la fonction position $x(t)$ par rapport à la variable temps t .

De même **l'accélération instantanée** est donné par :

$$a(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = v'(t) = \ddot{x}$$

L'équation $a(t)$ de l'accélération d'un objet est obtenue en dérivant la fonction vitesse $v(t)$ par rapport à la variable temps t .

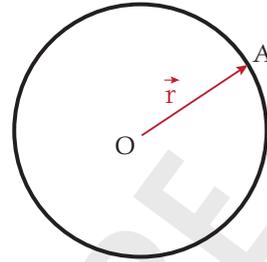
Vitesse angulaire

Un mobile se déplace sur un cercle. La norme du vecteur vitesse \vec{v} reste constante au cours du temps. Le mouvement du mobile est qualifié de **mouvement circulaire uniforme**.

L'angle parcouru par le vecteur tournant \vec{r} en une période T est égal à 2π .

Le vecteur tournant \vec{r} se déplace en une seconde d'un angle ω égal à :

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$



NOTIONS

La **vitesse angulaire** d'un mouvement circulaire est le rapport entre l'angle parcouru et le temps nécessaire à le parcourir.



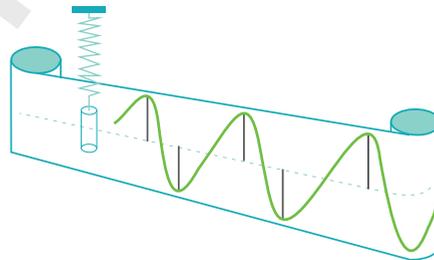
EXPERIENCES



Une masse m est fixée à l'extrémité d'un ressort. Elle est écartée de sa position d'équilibre puis laissée libre de se mouvoir.

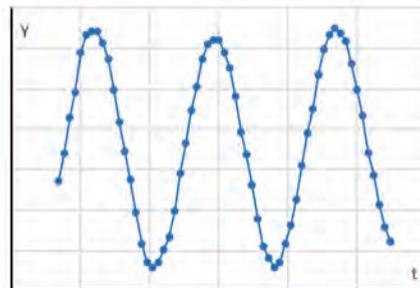
Voici deux méthodes permettant d'enregistrer son mouvement au cours du temps :

1° une bande de papier est placée au voisinage de la masse à laquelle est fixé un petit crayon. Si le papier se déplace à vitesse constante et perpendiculairement au mouvement de la masse, le crayon dessine sur le papier le mouvement de la masse (axe vertical) en fonction du temps (axe horizontal).



2° le mouvement de la masse m suspendue à l'extrémité d'un ressort est filmé. Celui-ci est ensuite analysé au moyen d'un logiciel adéquat (Tracker, etc.) afin de déterminer les élongations en fonction du temps. Le graphique ci-contre donne le résultat obtenu pour le mouvement enregistré sur la vidéo donnée par le QR code ci-dessous.

Le graphe des élongations en fonction du temps a la forme d'une sinusoïde.



Position de la masse en fonction du temps



Mouvement
sinusoïdal

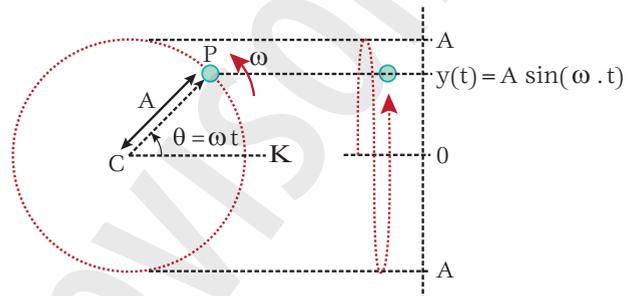
Un **mouvement harmonique** est un mouvement dont les élongations en fonction du temps ont la forme d'une sinusoïde.

Ce mouvement aura une amplitude constante au cours du temps. Il ne sera, de ce fait, soumis à aucune force de frottement.

2.2 VECTEUR DE FRESNEL

Un mouvement oscillatoire harmonique peut être obtenu en projetant un mouvement circulaire uniforme sur un axe quelconque.

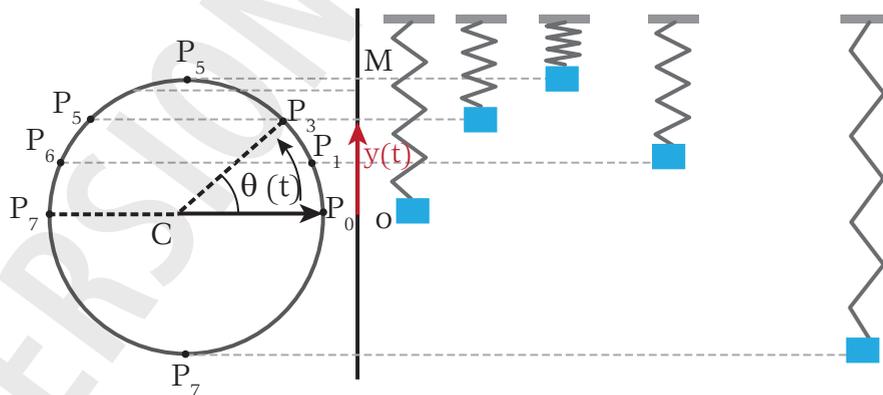
Le mobile en rotation uniforme se déplace dans le sens opposé à celui des aiguilles d'une montre, le long d'un cercle de centre C et de rayon A. Sa vitesse angulaire est notée ω . Ce mobile peut être repéré au moyen du vecteur tournant \overline{CP} .



À l'instant $t = 0$, le mobile passe au point K et sa projection sur l'axe vertical correspond au point O : c'est la position d'équilibre de l'oscillateur.

Après t secondes, le mobile s'est déplacé d'un angle $\theta(t) = \omega t$.

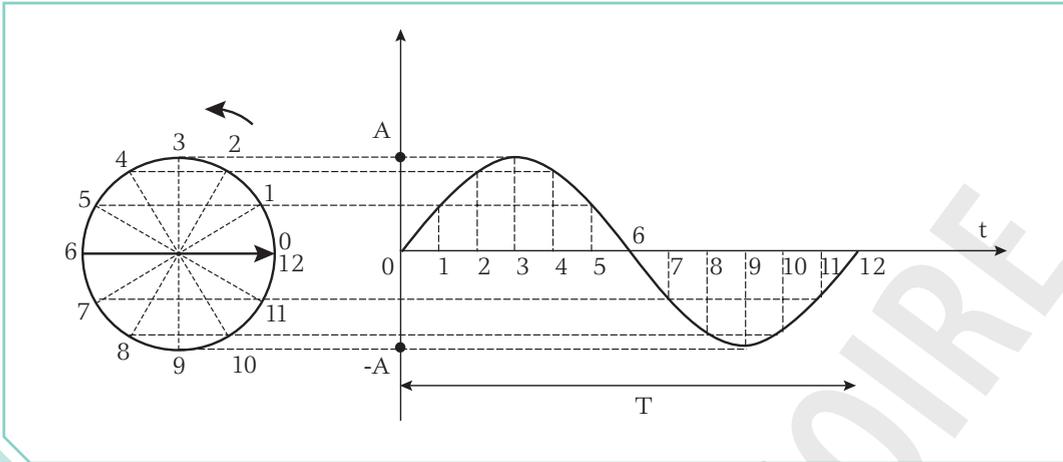
Il se trouve à la position indiquée sur la figure par la lettre P. Sa projection sur l'axe vertical correspond alors à un déplacement $y(t)$ mesuré à partir de la position d'équilibre.



Ce schéma donne les positions successives occupées par le vecteur tournant \overline{CP} lorsque la masse m suspendue à l'extrémité du ressort décrit un mouvement harmonique

$$y(t) = A \sin(\theta(t)) = A \sin(\omega t)$$

ω est aussi appelé la pulsation du mouvement. Elle dépend du système considéré (valeur de la masse, choix du ressort).



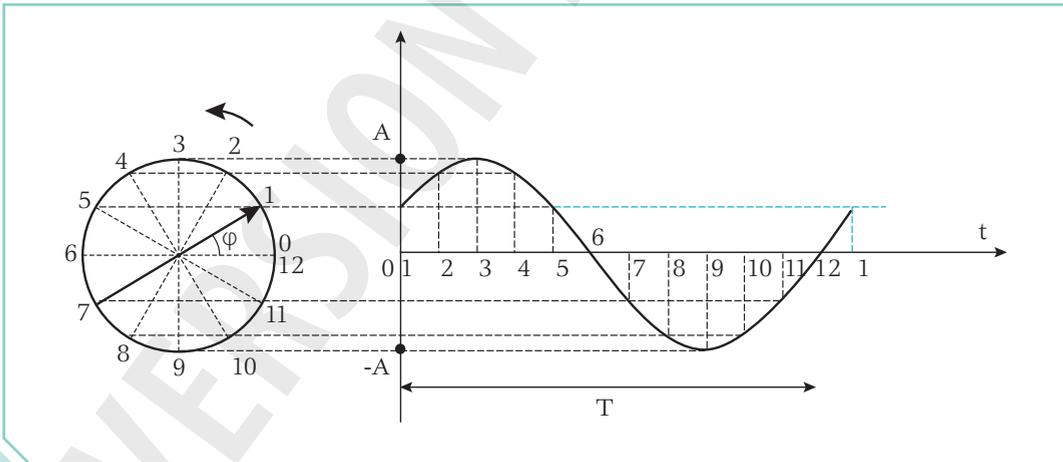
Mouvement harmonique engendré par un vecteur tournant occupant la position 0 à l'instant initial

Dans cette expression, l'amplitude A du mouvement est facile à mesurer. Elle correspond à l'allongement donné au ressort quand la masse m est déplacée de la position d'équilibre jusqu'au point M (pour lequel $y(t) = A$) avant de laisser le système osciller librement.

Si le chronomètre est enclenché lorsque l'oscillateur ne se trouve pas à la position d'équilibre mais au point 1, il faut ajouter un angle φ appelé phase initiale (ou phase à l'origine) du mouvement.

L'équation du mouvement devient :

$$y(t) = A \sin(\omega t + \varphi)$$



Mouvement harmonique engendré par un vecteur tournant dont la phase à l'origine est φ

Un mouvement harmonique est un mouvement dont l'élongation en fonction du temps est donnée par la fonction :

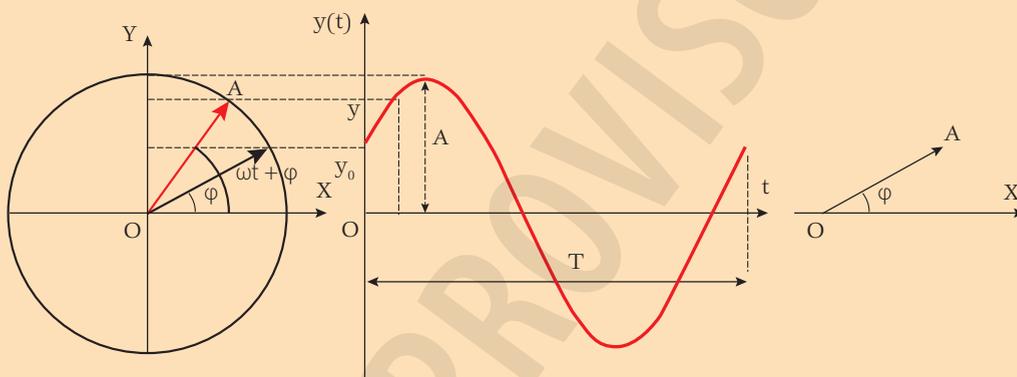
$$y(t) = A \sin(\omega t + \varphi)$$

À toute fonction sinusoïdale peut être associé un vecteur \vec{OA} tournant à vitesse angulaire constante ω autour du point O. Ce vecteur est appelé **vecteur de Fresnel**. Il est représenté dans la position qu'il occupe à l'instant initial. L'axe de référence des phases est l'axe Ox.

La projection du vecteur de Fresnel sur l'axe Oy donne l'élongation à l'instant t.

La phase à l'origine φ est l'angle que fait ce vecteur de Fresnel avec l'axe de x à l'instant initial. Elle est déterminée à partir de l'élongation initial $y(t = 0)$ par la relation :

$$y(t = 0) = A \sin \varphi .$$



Le vecteur \vec{OA} est le vecteur tournant de Fresnel dont la norme correspond à l'amplitude A, la vitesse angulaire à ω et la phase à l'origine à φ .

2.3 VITESSE ET ACCÉLÉRATION

Soit un point P oscillant en décrivant un mouvement harmonique :

$$y(t) = A \sin(\omega t + \varphi)$$

comme la vitesse est la dérivée première de la fonction position, il vient :

$$v(t) = \dot{y}(t) = A\omega \cos(\omega t + \varphi)$$

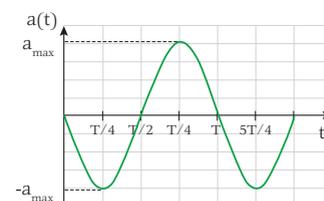
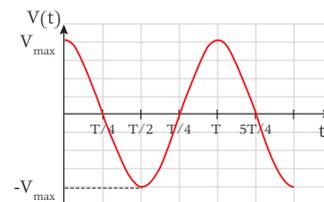
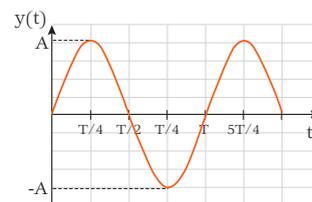
La vitesse maximale vaut $A\omega$.

Élongation et vitesse sont déphasées de $\frac{\pi}{2}$.

L'accélération est, à son tour, la dérivée de la fonction vitesse :

$$a(t) = \ddot{y}(t) = -A\omega^2 \sin(\omega t + \varphi)$$

L'accélération maximale vaut $A\omega^2$



Élongation et accélération sont à chaque instant de sens contraires : $a(t) = -\omega^2 \cdot y(t)$. L'accélération et l'élongation sont en opposition de phase.

Si une masse m décrit un mouvement harmonique, la norme de la force à laquelle elle est soumise est donnée par : $F = -m \cdot \omega^2 \cdot y(t)$

NOTIONS

Pour qu'une masse m décrive un mouvement harmonique idéal, il faut que :

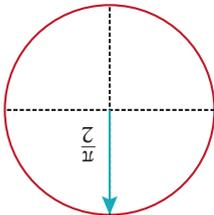
- la masse m soit soumise à une résultante des forces agissant sur l'objet comme une force de rappel, c'est-à-dire une force dirigée vers la position d'équilibre ;
- la force de rappel soit égale à une grandeur dépendante des caractéristiques du système ($-m\omega^2$) multipliée par son élongation.

EXERCICE RÉSOLU



Un observateur constate qu'à l'instant initial, l'élongation d'un mouvement harmonique est maximale et vaut + 10 cm. Son accélération est de -40 cm/s^2 .

a) Quelle est l'équation du mouvement ?



L'équation du mouvement est : $y_1(t) = 0,10 \sin(2\pi t + \frac{2}{\pi}) \text{ (m)}$

$\omega^2 = 4 \Rightarrow \omega = 2 \text{ rad/s}$

$a(0) = -0,40 = -\omega^2 \cdot 0,10$

$a(t) = \ddot{y}(t) = -A\omega^2 \sin(\omega t + \phi) = -\omega^2 y(t)$

La deuxième information permet de déterminer ω :

$\phi = \frac{2}{\pi} \text{ rad.}$

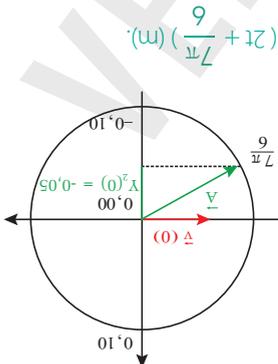
$0,10 \sin(\phi) = 1 \Rightarrow \sin(\phi) = 1$

$y(t) = A \sin(\omega t + \phi) \Rightarrow y(0) = A \sin(\phi) = 0,10 \text{ m}$

Par définition, l'élongation maximale donne l'amplitude : $A = 10 \text{ cm.}$

b) Une seconde personne observe ce même oscillateur. Cette fois, l'observateur constate que l'oscillateur se trouve en $y = -5 \text{ cm}$ à l'instant initial, et que sa vitesse est dirigée vers la gauche. L'amplitude est toujours de 10 cm.

Quelle est l'équation du mouvement pour le second observateur ?



L'équation du mouvement pour le second observateur est : $y_2(t) = 0,10 \sin(2\pi t + \frac{9}{7\pi}) \text{ (m)}$.

Donc $\phi = \frac{9}{7\pi} \text{ rad.}$

Il faut que $\cos(\phi)$ soit négatif.

Comme la vitesse initiale est dirigée vers la gauche, $v(0) < 0$.

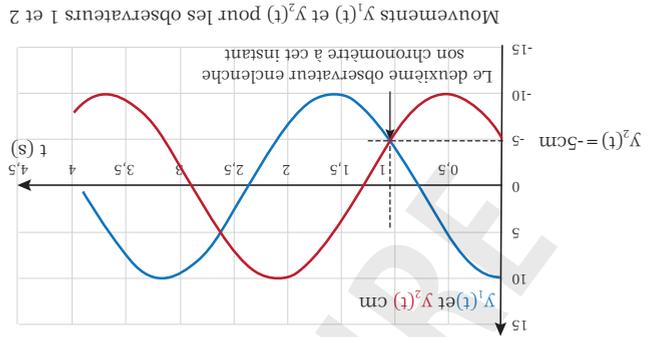
$v(t) = \dot{y}(t) = A\omega \cos(\omega t + \phi) \Rightarrow v(0) = A\omega \cos(\phi)$

$\phi = \frac{9}{7\pi} \text{ ou } \frac{11\pi}{7} \text{ rad.}$

$y(0) = 0,10 \sin(\phi) = -0,05 \Rightarrow \sin(\phi) = -0,5$

c) Il s'agit du même oscillateur décrit par deux observateurs différents.

Quelle est la durée séparant les moments où le mobile passe par les positions 10 cm et -5 cm ?



soit environ 1 s, ce qui correspond à la solution donnée par le graphique.

$$\Delta t = \frac{2\pi}{\pi} \times \frac{3}{2\pi} = \frac{3}{\pi}$$

Le déphasage $\Delta\phi = \frac{3}{2\pi}$ rad correspond donc à un intervalle de temps :

Un intervalle de temps $\Delta t = T = \pi$ s correspond à un déphasage $\Delta\phi = 2\pi$ rad.

$$\text{Le déphasage est donné par } \Delta\phi = \phi_2 - \phi_1 = \frac{7\pi}{4} - \frac{2}{\pi} = \frac{6}{4\pi} = \frac{3}{2\pi} \text{ rad.}$$

parcourir un angle de 2π , il faut une durée de π secondes.

Une période T correspond à un tour complet du vecteur tournant. Pour

$$\text{La période vaut : } T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{\pi}{2} = \pi \text{ s.}$$

Les deux graphiques sont simplement décalés.

EXERCICES POUR APPLIQUER ET TRANSFÉRER



APPLIQUER



1

Représenter les vecteurs de Fresnel associés aux fonctions suivantes :

$$y_1(t) = 3\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$y_2(t) = 2\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right)$$

2

Un mouvement harmonique a une amplitude A de 3 cm et une période de 0,2 s. Son élongation est maximale à l'instant initial.

- Dessiner le vecteur de Fresnel.
- Écrire l'équation du mouvement harmonique.
- Mêmes questions si l'élongation est nulle et décroissante à l'instant initial.

3

- Quelles sont les expressions de l'élongation $y(t)$ et de la force de rappel $F(t)$ qui lui est associée ?
- Représenter sur un même graphique $y(t)$ et $F(t)$

2.4. APPLICATIONS

2.4.1 Le système masse-ressort

Un système masse-ressort (encore appelé pendule élastique) est formé d'un ressort horizontal et d'une masse (ponctuelle) accrochée à son extrémité. La masse est supposée se déplacer sans frottement suivant l'axe des x .

Montrons que ce système décrit un mouvement harmonique.

La masse m est soumise à deux forces :

- son poids \vec{F}_p perpendiculaire à l'axe des x
- la force \vec{F} de rappel du ressort qui est proportionnelle à son allongement.

Si le ressort est étiré (situation a) :

- l'allongement x est positif ;
- la force est orientée dans le sens opposé à celui de l'axe x .

Si le ressort est comprimé (situation c) :

- l'allongement x est négatif ;
- la force est orientée dans le même sens que l'axe x .

L'expression vectorielle de la force est :

$$\vec{F} = -k\vec{x}$$

Où \vec{x} est le vecteur déplacement mesuré à partir de la position d'équilibre ;

et k est la constante de proportionnalité liée à la nature du ressort. Celle-ci est appelée constante de raideur du ressort (k en $N \cdot m^{-1}$).

La 2^e loi de Newton projetée sur l'axe des x s'écrit :

$$-kx = ma$$

$$\text{ou : } -kx = m\ddot{x} \quad (1)$$

Cette équation est une équation différentielle, c'est-à-dire une équation qui lie la fonction position $x(t)$ et ses dérivées.

L'équation (1) s'écrit alors sous la forme canonique suivante :

$$m\ddot{x} + kx = 0 \Leftrightarrow \ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0 \quad (2)$$

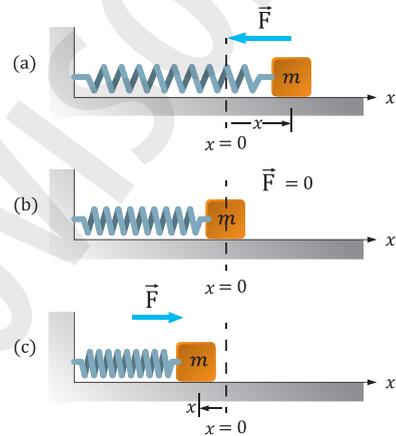
Ce type d'équation différentielle ne peut être résolu pour le moment. Il est toutefois possible de vérifier que le mouvement harmonique ($x(t) = A \sin(\omega t + \varphi)$) en est une solution.

La dérivée seconde est : $\ddot{x} = A\omega^2 \sin(\omega t + \varphi)$

En remplaçant dans l'équation (2) : $-A \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega t + \varphi) + \frac{k}{m} \cdot A \sin(\omega t + \varphi) = 0$

Après simplification : $-A\omega^2 \sin(\omega t + \varphi) + \frac{k}{m} A \sin(\omega t + \varphi) = 0$

Le mouvement harmonique $x(t) = A \sin(\omega t + \varphi)$ est une solution de l'équation différentielle si la pulsation du mouvement ω vaut $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$



Il est possible d'arriver à la même conclusion en comparant la formule générale de la force de rappel donnant naissance à un mouvement harmonique suivant l'axe des X à savoir :

$$F = - m \cdot \omega^2 x(t)$$

et la force de rappel dans un système masse ressort :

$$F = - k \cdot x(t)$$

Il est facile de constater que :

$$- m \cdot \omega^2 = - k$$



La pulsation du mouvement peut être obtenue de deux manières distinctes :

- Soit en faisant appel à la période : $\omega = \frac{2\pi}{T}$
- Soit en tenant compte des caractéristiques du pendule masse-ressort : $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

Ces deux expressions doivent donner le même résultat.

Soit : $\frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{k}{m}}$

La période et la fréquence valent respectivement :

$$T = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{m}{k}} \text{ et } f = 2\pi \sqrt{\frac{k}{m}}$$

N.B. Dans les expériences décrites en 2.1, la masse se déplace dans le plan vertical et non dans le plan horizontal comme pour le système masse-ressort.

Les élongations de la masse suspendue au ressort sont données par l'équation du mouvement harmonique si l'origine du mouvement est choisie à la position d'équilibre lorsque le poids $\vec{F}_p = m\vec{g}$ est compensé par la force de rappel $\vec{F} = -k\vec{y}_0$ exercée par le ressort.



Pour tout déplacement $y(t)$ de part et d'autre de cette position d'équilibre, la force de rappel sera égale à $\vec{F} = -k(\vec{y}_0 + \vec{y}(t))$. Comme le premier membre est compensé par le poids de la masse suspendue, celle-ci n'est soumise qu'à une force de rappel $\vec{F} = -k\vec{y}(t)$. Elle décrit donc un mouvement harmonique.

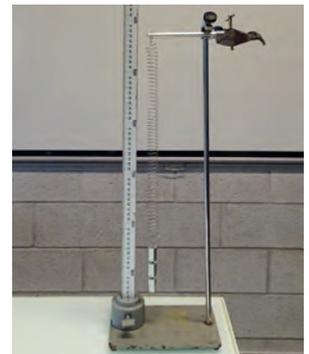


ACTIVITÉ

1° Prendre un ressort et l'étalonner

Prendre un ressort et le suspendre à un support. Mesurer l'allongement du ressort lorsque différentes masses sont suspendues à son extrémité.

Compléter sur une feuille le tableau ci-dessous et tracer le graphique de l'allongement Δx du ressort en fonction de la force \vec{F} exercée.



Masse m suspendue					
Force F					
Allongement Δx					

- **Quelle est la relation entre la force exercée et l'allongement du ressort ?**
- **Comment déterminer la valeur de la constante d'élasticité du ressort à partir du graphique ? Réaliser cette mesure.**

2° Réaliser un pendule masse-ressort dont la période est de 2 secondes.

- **Déterminer la valeur de la masse à suspendre à l'extrémité du ressort.**
- **Vérifier expérimentalement la valeur trouvée.**

2.4.2 Le pendule simple

Un pendule simple est formé d'une masse ponctuelle suspendue au bout d'une corde inextensible de masse négligeable. La masse se déplace sur un arc de cercle durant les oscillations.

La masse est soumise à une force de rappel. C'est la composante du poids tangente à l'arc de cercle qui joue ce rôle.

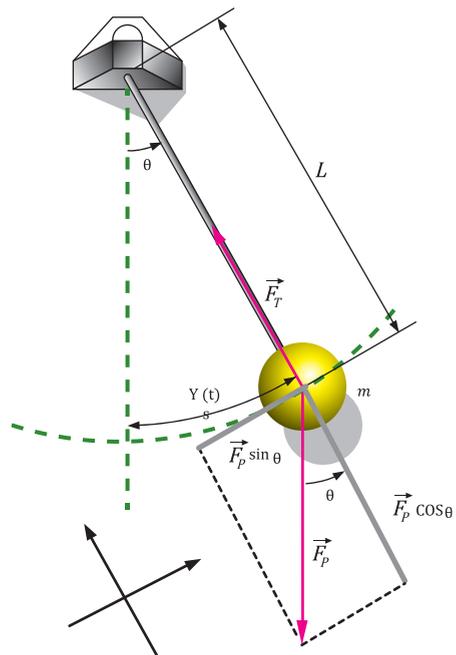
Le pendule simple peut être considéré ici comme un oscillateur harmonique dans le cadre de l'approximation des petits angles (approximation de Gauss).

Dans ce cas, l'angle θ est petit ($\theta < 20^\circ$) et est exprimé en radians.

Il est admis que : $\cos \theta \approx 1$ et $\sin \theta = \tan \theta \approx \theta$.

L'activité qui suit permet de montrer que la période du pendule simple dépend de sa longueur et de l'accélération de la pesanteur du lieu de l'expérience suivant la formule :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$$





ACTIVITÉ

Prendre des masses avec crochet, de la ficelle, un statif et un dispositif pour mesurer le temps (chronomètre, GSM, etc.).

Construire des pendules simples pour lesquels un seul paramètre varie à chaque fois. Mesurer la période pour de petites oscillations.



1° Construire 4 ou 5 pendules de longueurs différentes.

À partir d'un graphique, déterminer la relation entre période du pendule et longueur de celui-ci.

$T \sim L$

$T \sim \sqrt{L}$

$T \sim L^2$

2° Construire 3 pendules de masses différentes.

À partir d'un graphique, déterminer la relation entre période et masse du pendule.

$T \sim M$

$T \sim \frac{1}{m}$

T est indépendante de la masse

3° Il est difficile de déterminer expérimentalement si l'accélération de la pesanteur g a une influence sur la période d'un pendule puisque g ne varie quasiment pas sur Terre.

Voici les résultats obtenus si un pendule de longueur $L = 2$ m et de masse $m = 50$ g est transporté de planète en planète.

Planète	Terre	Lune	Vénus	Mars
g (m/s ²)	9,81	1,62	8,87	3,71
T (s)	2,00	4,90	2,11	3,21

À partir d'un graphique, déterminer la relation entre période du pendule et longueur de celui-ci.

$T \sim G$

$T \sim \sqrt{g}$

$T \sim \frac{1}{\sqrt{g}}$

4° Construire un pendule de longueur $L \approx 1$ m. Mesurer sa période pour de petites oscillations ($\theta < 15^\circ$) puis pour de grandes oscillations ($\theta > 60^\circ$).

Observez-vous une différence entre ces deux mesures ? Pourquoi ?

NOTIONS

Un **pendule simple** est un oscillateur harmonique idéal dans le cadre de l'approximation des petits angles.

Sa période est indépendante de la masse du pendule et de l'amplitude si celle-ci est faible.



APPLIQUER



Attention : dans les exercices ci-dessous, l'instant $t = 0$ s pour l'observateur ne correspond pas nécessairement à l'instant auquel le mobile a été mis en mouvement.

1 Représenter qualitativement la force de rappel exercée sur la masse du ressort à chaque étape.

Représenter par un vecteur, qualitativement, l'accélération et la vitesse de la masse à chaque étape.

φ dépend-il du système ou des conditions initiales (expérimentateur) ?

	Étape 1	Étape 2	Étape 3	Étape 4	Étape 5
Force de rappel					
Accélération et vitesse					

2 Un corps ponctuel est animé d'un mouvement vibratoire d'amplitude $A = 4$ cm. Son accélération est donnée par : $a(t) = -9 y(t)$.

- Déterminer la période et la fréquence de ce mouvement.
- Donner l'équation du mouvement si la phase à l'origine $\varphi = 0$.
- Quelle est l'expression de l'accélération en fonction du temps ?

3 Une masse m de 300 g est suspendue à l'extrémité d'un ressort. La masse est ensuite mise en oscillation. Les élongations en fonction du temps sont données par :

$$x(t) = 6 \cos \left(4\pi t + \frac{\pi}{2} \right) \text{ (m)}$$

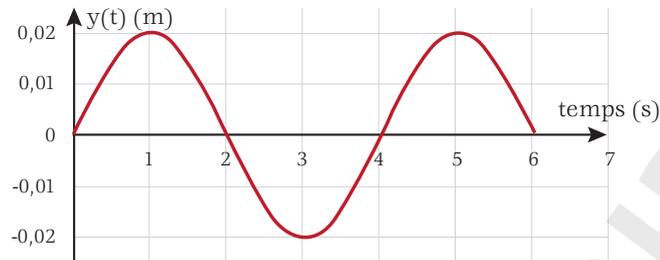
- Quelle est la vitesse de la masse m à l'instant initial ?
- Quelle est l'expression de l'accélération du pendule en fonction du temps ?
- Quelle est la constante d'élasticité du ressort ?

4 La position initiale d'un corps en oscillation est $y(t) = 3$ cm. La fréquence de l'oscillation est de 0,2 Hz. L'amplitude du mouvement oscillant est de 5 cm.

- Quelle est la phase initiale ?
- Quelle est la pulsation de l'oscillation ?
- Quelle est la grandeur de l'accélération maximale ?

5

Une masse de 200 g est attachée à un ressort. Son mouvement autour de sa position d'équilibre est représenté sur le graphique ci-contre (tous les frottements sont négligés).



- Calculer la pulsation du mouvement et la raideur du ressort.
- Donner l'équation de l'élongation au cours du temps.
- Par quel facteur est multipliée la pulsation du mouvement si, toutes choses restant inchangées :
 - la masse du système est doublée.
 - la raideur du ressort est doublée.

6

Un bloc de masse $m = 30$ g oscille avec une amplitude de 12 cm à l'extrémité d'un ressort horizontal dont la constante de rappel est égale à 1,4 N/m.

Quelles sont la vitesse et l'accélération lorsque l'élongation est de (a) -4 cm ; (b) 8 cm ?

7

La position d'un bloc attaché à un ressort horizontal de constante de rappel 12 N/m est donnée par $x(t) = 0,2 \sin(4t + 0,771)$ où x est en mètres et t en secondes.

Trouver la masse du bloc.

8

Quelle est la longueur d'un pendule battant la seconde, c'est-à-dire dont la période est de 2 s ?

9

Un pendule dont la période vaut 3,00 s lorsqu'il est situé en un endroit où $g = 9,79$ m/s² est déplacé à un endroit où l'accélération due à la gravité est 9,82 m/s².

Quelle est sa nouvelle période ?

10

Une masse de 170 g oscille à l'extrémité d'un ressort dont la constante de rappel k est 2,50 N/m, avec une amplitude de 38,3 cm. Un chronomètre est déclenché au moment où la masse passe par la position d'équilibre.

À l'instant $t = 1,00$ s, déterminer l'énergie potentielle, l'énergie cinétique et l'énergie mécanique du mouvement.



Une application insolite : peser la Terre à l'aide d'un pendule simple.

À l'aide des expressions de la loi de la gravitation universelle, du poids et de la période du pendule, **trouver la masse de la Terre.**

Données : $L = 24,8 \text{ cm}$, $T = 1 \text{ s}$, $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ S.I.}$ et $R_T = 6370 \text{ km}$.

2.5. DÉPHASAGE

NOTIONS

Le **déphasage** entre deux oscillateurs est la différence entre leurs phases. Il s'exprime en radians.

Si deux mouvements ont respectivement les équations suivantes :

$$y_1(t) = A_1 \sin(\omega t + \varphi_1) \text{ et } y_2(t) = A_2 \sin(\omega t + \varphi_2),$$

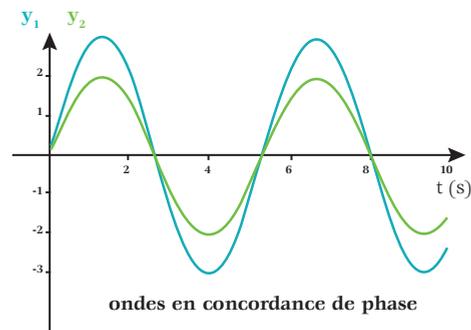
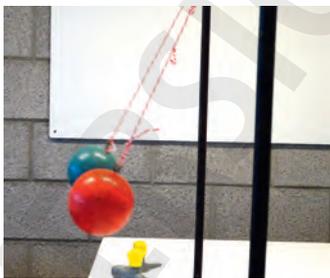
Alors le déphasage est donné par : $\Delta\varphi = |\varphi_2 - \varphi_1|$

Le déphasage s'exprime aussi parfois en portion de période ou est donné par une durée. Dans ce cas, une période correspond à un déphasage de 2π .

CAS PARTICULIERS

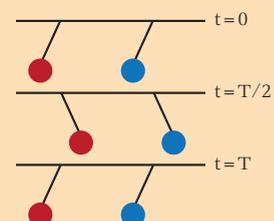
1

Deux pendules simples de même longueur sont écartés de leur position d'équilibre dans le même sens. Ils sont laissés libres de se mouvoir en même temps. L'expérience montre qu'ils décrivent le même mouvement en même temps avec éventuellement des amplitudes différentes. Les pendules vibrent en phase.



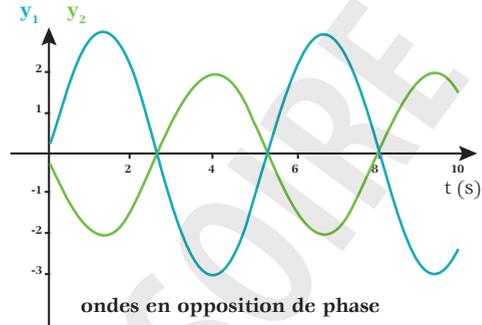
NOTIONS

Concordance de phase : les deux oscillateurs ont des élongations maximale, minimale ou nulle aux mêmes instants. Le déphasage est nul.



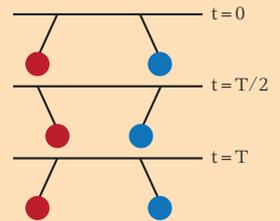
2 Ces mêmes pendules sont cette fois écartés en sens inverse et sont à nouveau libérés en même temps. L'expérience montre cette fois qu'ils décrivent à chaque instant des mouvements en sens opposés, quelle que soit l'amplitude du mouvement.

Les pendules vibrent en opposition de phase.



NOTIONS

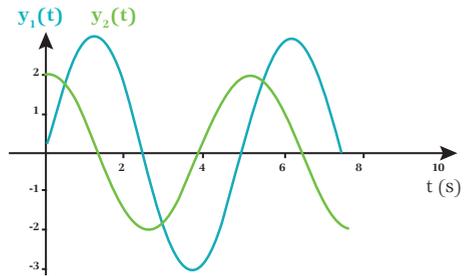
Opposition de phase : les deux oscillateurs ont, aux mêmes instants, des élongations de signe opposé. Le déphasage est de π rad.



3 L'un des pendules est mis en vibration. Le second pendule est libéré à son tour lorsque le premier pendule passe par la position d'équilibre. Lorsque l'un des pendules passe par la position d'équilibre, l'autre pendule atteint son élongation maximale.

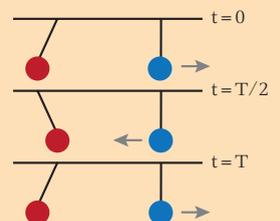
Les deux pendules vibrent en quadrature de phase.

N.B.: $y_1(t)$ est en quadrature de phase avant par rapport à $y_2(t)$ car $y_1(t)$ est maximum un quart de période avant $y_2(t)$.



NOTIONS

Quadrature de phase : lorsqu'un des oscillateurs passe par la position d'équilibre, l'autre oscillateur atteint son élongation maximale. Le déphasage est de $\frac{\pi}{2}$ rad.



2.6. ÉNERGIE D'UN OSCILLATEUR

Au cours de son mouvement, un système oscillant, comme le système masse-ressort horizontal, transforme continuellement de l'énergie potentielle élastique en énergie cinétique et vice versa. L'énergie mécanique totale est, quant à elle, constante en l'absence de frottement.

L'énergie potentielle élastique est exprimée par :

$$E_p = \frac{1}{2} ky^2 = \frac{1}{2} kA^2 \sin^2(\omega t + \varphi)$$

L'énergie cinétique est :

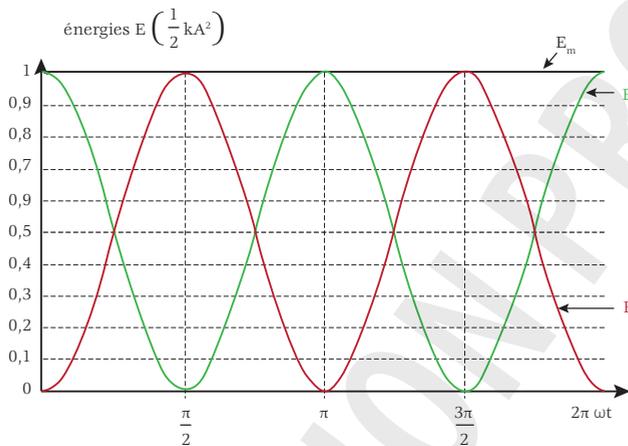
$$E_c = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} mA^2 \omega^2 \cos^2(\omega t + \varphi)$$

L'énergie du système masse-ressort est la somme de ces deux énergies :

$$E = \frac{1}{2} kA^2 \sin^2(\omega t + \varphi) + \frac{1}{2} mA^2 \omega^2 \cos^2(\omega t + \varphi)$$

Comme $\omega^2 = \frac{k}{m}$, l'énergie E du système s'écrit :

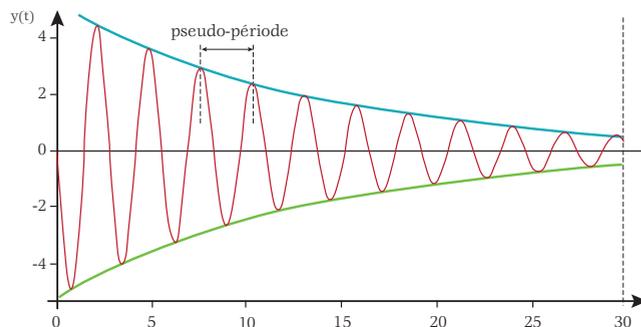
$$E = \frac{1}{2} kA^2 (\sin^2(\omega t + \varphi) + \cos^2(\omega t + \varphi)) = \frac{1}{2} kA^2$$



énergie mécanique en fonction de ωt

L'énergie du système oscillant décrivant un mouvement harmonique est proportionnelle au carré de l'amplitude.

En présence de frottements, l'énergie mécanique totale n'est plus conservée. Une partie de l'énergie est dissipée sous forme de chaleur. L'énergie et l'amplitude décroissent au cours du temps. Le graph de l'énergie en fonction du temps a l'allure suivante :



élongation du mouvement en fonction du temps en présence de frottement

NOTIONS

L'énergie d'un oscillateur est constante en l'absence de frottement. Elle est proportionnelle au carré de l'amplitude.

1. Une balançoire est assimilée à un pendule simple de période T quand une personne de masse 60 kg y est assise. Si cette personne prend sur ses genoux un enfant de 30 kg , la période vaut :

- T ; $\frac{T}{2}$;
 $\frac{2T}{3}$; $\frac{3T}{2}$;
 aucune de ces réponses.

2. Soit un pendule simple de masse m et de longueur L . La longueur d'un pendule simple de masse $2m$ ayant une période double vaut :

- $\frac{L}{4}$; $\frac{L}{2}$;
 $2L$; $4L$;
 aucune de ces réponses.

3. Un pendule simple a une période T sur la Terre. Si l'on veut garder la même période sur la Lune où g est 6 fois moindre, il faut :

- multiplier sa longueur par 6 ;
 diviser sa longueur par 6 ;
 multiplier sa longueur par $\sqrt{6}$;
 diviser sa longueur par $\sqrt{6}$;
 laisser sa longueur inchangée.

4. La vitesse d'un oscillateur harmonique est :

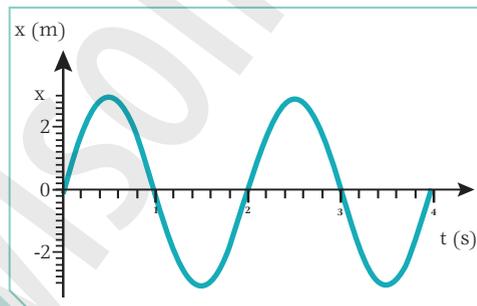
- toujours en phase avec l'élongation ;
 toujours en opposition de phase avec l'élongation ;
 toujours en quadrature de phase avec l'élongation ;
 toujours en phase avec l'accélération ;
 aucune de ces propositions.

5. Vrai-Faux ? À justifier !

- a. La période d'un oscillateur harmonique dépend des conditions initiales.
 b. Dans n'importe quelle condition, un pendule est un oscillateur harmonique.

6. Voici le graphe de la position en fonction du temps. Quelle est l'assertion exacte ?

- L'amplitude est 3 m et la période est 1 s .
 L'amplitude est 6 m et la période est 1 s .
 L'amplitude est 3 m et la période est 2 s .
 L'amplitude est 6 m et la période est 2 s .



7. La période est :

- l'opposé de la fréquence ;
 le contraire de la fréquence ;
 l'identique à la fréquence ;
 l'inverse de la fréquence.

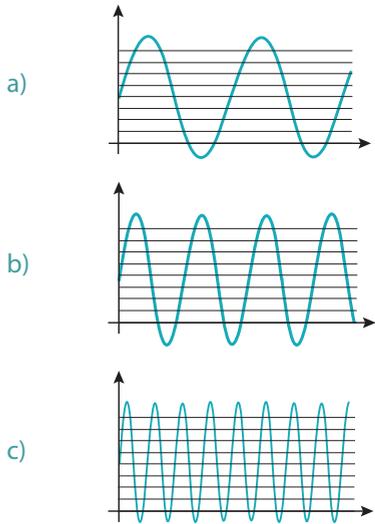
8. La période du phénomène A est plus courte que celle du phénomène B. On peut donc affirmer que :

- la fréquence de A est plus grande que celle de B ;
 la fréquence de B est plus grande que celle de A ;
 A et B ont la même fréquence ;
 on ne peut rien affirmer sans plus de précision.

9. Si la période d'un phénomène périodique est 50 ms , sa fréquence est :

- 50 Hz ;
 5 Hz ;
 2 Hz ;
 20 Hz .

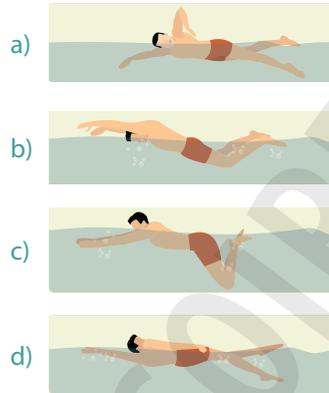
10. Voici 3 schémas de signaux périodiques.



Si aucun réglage n'a été modifié, on peut affirmer que :

- $T_b > T_a > T_c$;
- $f_b > f_a > f_c$;
- $T_a < T_b < T_c$;
- $f_a < f_b < f_c$.

11. Des nageurs pratiquent différentes nages dont le crawl, le papillon, la brasse et le dos crawlé :



Parmi celles-ci, quelles sont celles où les bras sont :

- en phase ?
- en opposition de phase ?

EXERCICES POUR APPLIQUER ET TRANSFÉRER



APPLIQUER



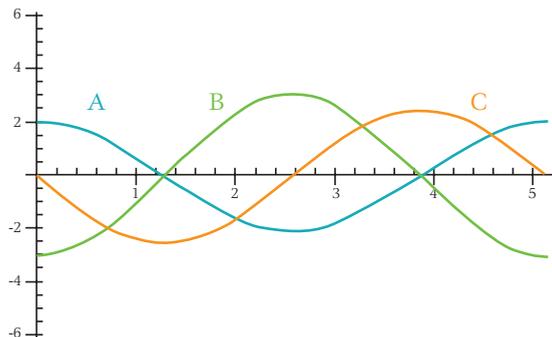
1 L'énergie d'un système masse-ressort est doublée.

Comment varie :

- a) la période ?
- b) l'amplitude ?
- c) la vitesse maximale ?

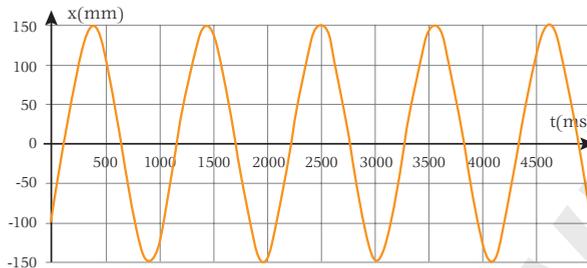
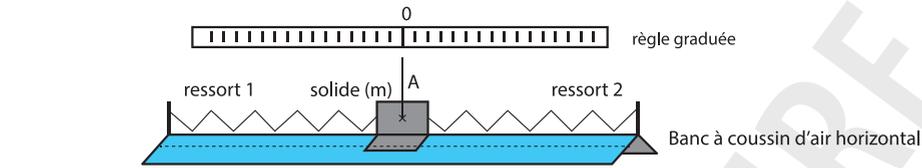
2 Voici les graphiques représentant la position, la vitesse et l'accélération d'un système décrivant un mouvement harmonique :

Associer chaque courbe à une grandeur et justifier le choix effectué.




1

Un solide de masse $m = 250 \text{ g}$ est mobile sur un banc à coussin d'air horizontal. Il oscille sous l'action de deux ressorts équivalents à un ressort unique de constante de raideur k . L'origine du repère représentée O correspond à la position du solide lorsque le système



est à l'équilibre.

Le mouvement du mobile peut être enregistré au moyen d'un système d'acquisition de données. L'expérimentateur libère l'oscillateur à l'instant où il déclenche le système. On obtient la courbe $x=f(t)$.

Quelle est la période du mouvement ?

Quelle est la constante de raideur k ?

Le mobile a-t-il été lâché avec une vitesse initiale ?

Quelle est la valeur maximale de la vitesse du mobile ? Où prend-elle cette valeur ?

2

Un solide homogène de section S , de hauteur, de masse volumique ρ_s flotte sur un liquide de masse volumique ρ_l .

À partir de la position d'équilibre, un solide est enfocé dans un liquide et lâché sans vitesse initiale.

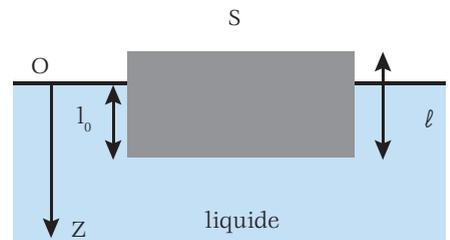
L'équation du mouvement est :

$$\ddot{z}(t) + \frac{\rho_l g}{\rho_s \ell} z(t) = 0$$

Données :

$$\rho_l = 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}; \rho_s = 8 \cdot 10^2 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}; g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}; m = 50 \text{ g}, S = 4 \text{ cm}^2.$$

Calculer la période d'oscillation



Le mouvement oscillatoire est le mouvement d'un corps qui va et vient de part et d'autre de sa position d'équilibre.

- **L'élongation** $y(t)$ est l'écart entre la position instantanée du mobile et sa position d'équilibre.
- **L'amplitude** représente la valeur maximum de l'élongation.
- **La période** T (s) représente la durée mise par l'objet pour effectuer un aller-retour (oscillation).
- **La fréquence** f (Hz) d'un mouvement périodique correspond au nombre d'oscillations par seconde.

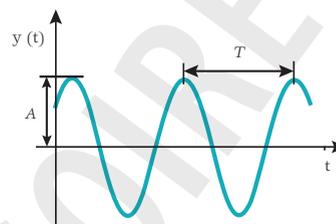
La fréquence est l'inverse de la période.

$$f = \frac{1}{T}$$

Un mouvement est dit harmonique s'il peut être représenté par une sinusoïde.

Son équation est : $y(t) = A \sin(\omega t + \varphi)$.

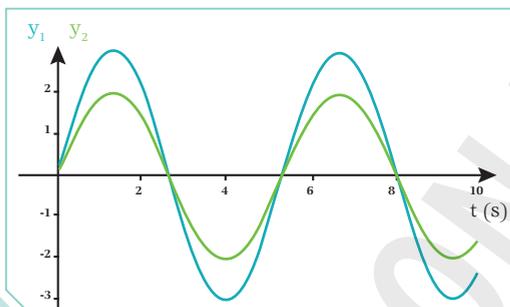
Pour décrire un mouvement harmonique, un objet doit être soumis à une force de rappel $F(t) = -m \cdot \omega^2 \cdot y(t)$



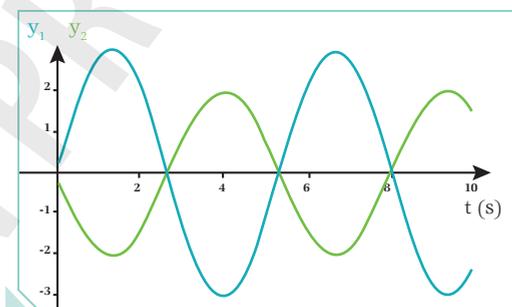
La pulsation du mouvement vaut : $\omega = \frac{2\pi}{T}$; avec :

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ pour un système masse-ressort ;}$$

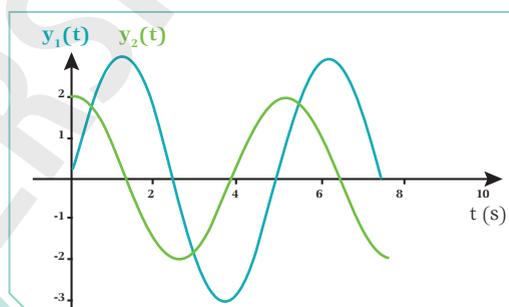
$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}} \text{ pour un pendule simple.}$$



Fonctions en phase



Fonctions en opposition de phase



Fonctions en quadrature de phase

Le pendule simple est un oscillateur harmonique si l'amplitude n'est pas trop grande.

L'énergie d'un oscillateur est conservée au cours du mouvement. Elle vaut $E = \frac{1}{2} kA^2$ où k dépend des caractéristiques de l'oscillateur et A est l'amplitude du mouvement.

UAA 7 OSCILLATIONS ET ONDES

- Module 1** Mouvement oscillants
- Module 2** Notion d'onde
- Module 3** Acoustique
- Module 4** Propriétés des ondes
- Module 5** Induction électromagnétique
- Module 6** Lumières et ondes électromagnétiques

UAA 8 MATIÈRE ET ÉNERGIE

- Module 1** L'énergie lumineuse
- Module 2** Energie nucléaire

VERSION PROVISOIRE