

# TABLE DES MATIÈRES

Présentation du manuel	3
Partie 1 : Activités et exercices	5
<b>CHAPITRE 1 PYTHAGORE ET LES RACINES CARRÉES POSITIVES</b>	<b>7</b>
▶ Module 1 : Pythagore	11
▶ Module 2 : les racines carrées positives	21
<b>CHAPITRE 2 LES FONCTIONS ET LE PREMIER DEGRÉ</b>	<b>33</b>
▶ Module 1 : les fonctions : généralités	36
▶ Module 2 : le premier degré	43
<b>CHAPITRE 3 LES SIMILITUDES</b>	<b>63</b>
▶ Module 1 : les proportions	65
▶ Module 2 : les figures semblables	67
▶ Module 3 : Thalès	71
<b>CHAPITRE 4 LA TRIGONOMETRIE</b>	<b>85</b>
<b>CHAPITRE 5 LES ISOMÉTRIES</b>	<b>101</b>
<b>CHAPITRE 6 LES FONCTIONS ET LES ÉQUATIONS</b>	<b>113</b>
▶ Module 1 : les systèmes d'équations	116
▶ Module 2 : les inéquations	119
<b>CHAPITRE 7 LES POLYNÔMES</b>	<b>129</b>
▶ Module 1 : les puissances à exposants entiers	132
▶ Module 2 : les valeurs numériques et les opérations sur les polynômes	135
▶ Module 3 : la factorisation et les fractions algébriques	141
<b>CHAPITRE 8 LES ANGLES</b>	<b>155</b>
▶ Module 1 : les angles et les cercles	158
▶ Module 2 : les angles et les droites	161
<b>CHAPITRE 9 POUR TERMINER...</b>	<b>171</b>
▶ Module 1 : les problèmes relevant de la vie sociale et économique	171
▶ Module 2 : les problèmes de géométrie analytique à propos de figures	177
▶ Module 3 : les propriétés de figures qui peuvent être démontrées de plusieurs façons	178
▶ Module 4 : approximer un nuage de points par une fonction du premier degré	179

<b>Partie 2 : Théorie</b>	<b>183</b>
<b>CHAPITRE 1 PYTHAGORE ET LES RACINES CARRÉES POSITIVES</b>	<b>185</b>
▶ Module 1 : Pythagore	185
▶ Module 2 : les racines carrées positives	193
<b>CHAPITRE 2 LES FONCTIONS ET LE PREMIER DEGRÉ</b>	<b>197</b>
▶ Module 1 : les fonctions : généralités	197
▶ Module 2 : le premier degré	205
<b>CHAPITRE 3 LES SIMILITUDES</b>	<b>215</b>
▶ Module 1 : les proportions	215
▶ Module 2 : les figures semblables	217
▶ Module 3 : Thalès	224
<b>CHAPITRE 4 LA TRIGONOMÉTRIE</b>	<b>237</b>
<b>CHAPITRE 5 LES ISOMÉTRIES</b>	<b>243</b>
<b>CHAPITRE 6 LES FONCTIONS ET LES ÉQUATIONS</b>	<b>249</b>
▶ Module 1 : les systèmes d'équations	249
▶ Module 2 : les inéquations	254
<b>CHAPITRE 7 LES POLYNÔMES</b>	<b>259</b>
▶ Module 1 : les puissances à exposants entiers	259
▶ Module 2 : les valeurs numériques et les opérations sur les polynômes	261
▶ Module 3 : la factorisation et les fractions algébriques	265
<b>CHAPITRE 8 LES ANGLES</b>	<b>271</b>
▶ Module 1 : les angles et les cercles	271
▶ Module 2 : les angles et les droites	275
<b>Partie 3 : Index</b>	<b>279</b>
Index des définitions	280
Index des « comment faire »	281
Index des propriétés	283
Triangle rectangle et droites parallèles, petit résumé :	288
Correction des rubriques « maths sans frontières »	289

# Table des matières

## Activités et exercices

<b>CHAPITRE 1</b>	<b>PYTHAGORE ET LES RACINES CARRÉES POSITIVES</b>	<b>7</b>
▶	Module 1 : Pythagore _____	11
▶	Module 2 : les racines carrées positives _____	21
<b>CHAPITRE 2</b>	<b>LES FONCTIONS ET LE PREMIER DEGRÉ</b>	<b>33</b>
▶	Module 1 : les fonctions : généralités _____	36
▶	Module 2 : le premier degré _____	43
<b>CHAPITRE 3</b>	<b>LES SIMILITUDES</b>	<b>63</b>
▶	Module 1 : les proportions _____	65
▶	Module 2 : les figures semblables _____	67
▶	Module 3 : Thalès _____	71
<b>CHAPITRE 4</b>	<b>LA TRIGONOMETRIE</b>	<b>85</b>
<b>CHAPITRE 5</b>	<b>LES ISOMÉTRIES</b>	<b>101</b>
<b>CHAPITRE 6</b>	<b>LES FONCTIONS ET LES ÉQUATIONS</b>	<b>113</b>
▶	Module 1 : les systèmes d'équations _____	116
▶	Module 2 : les inéquations _____	119
<b>CHAPITRE 7</b>	<b>LES POLYNÔMES</b>	<b>129</b>
▶	Module 1 : les puissances à exposants entiers _____	132
▶	Module 2 : les valeurs numériques et les opérations sur les polynômes _____	135
▶	Module 3 : la factorisation et les fractions algébriques _____	141
<b>CHAPITRE 8</b>	<b>LES ANGLES</b>	<b>155</b>
▶	Module 1 : les angles et les cercles _____	158
▶	Module 2 : les angles et les droites _____	161
<b>CHAPITRE 9</b>	<b>POUR TERMINER...</b>	<b>171</b>
▶	Module 1 : les problèmes relevant de la vie sociale et économique _____	171
▶	Module 2 : les problèmes de géométrie analytique à propos de figures _____	177
▶	Module 3 : les propriétés de figures qui peuvent être démontrées de plusieurs façons_	178
▶	Module 4 : approximer un nuage de points par une fonction du premier degré ____	179

# Table des matières

<b>CHAPITRE 1</b>	<b>PYTHAGORE ET LES RACINES CARRÉES POSITIVES</b>	<b>185</b>
▶	Module 1 : Pythagore	185
▶	Module 2 : les racines carrées positives	192
<b>CHAPITRE 2</b>	<b>LES FONCTIONS ET LE PREMIER DEGRÉ</b>	<b>196</b>
▶	Module 1 : les fonctions : généralités	196
▶	Module 2 : le premier degré	204
<b>CHAPITRE 3</b>	<b>LES SIMILITUDES</b>	<b>213</b>
▶	Module 1 : les proportions	213
▶	Module 2 : les figures semblables	215
▶	Module 3 : Thalès	221
<b>CHAPITRE 4</b>	<b>LA TRIGONOMETRIE</b>	<b>233</b>
<b>CHAPITRE 5</b>	<b>LES ISOMÉTRIES</b>	<b>239</b>
<b>CHAPITRE 6</b>	<b>LES FONCTIONS ET LES ÉQUATIONS</b>	<b>245</b>
▶	Module 1 : les systèmes d'équations	245
▶	Module 2 : les inéquations	250
<b>CHAPITRE 7</b>	<b>LES POLYNÔMES</b>	<b>254</b>
▶	Module 1 : les puissances à exposants entiers	254
▶	Module 2 : les valeurs numériques et les opérations sur les polynômes	256
▶	Module 3 : la factorisation et les fractions algébriques	260
<b>CHAPITRE 8</b>	<b>LES ANGLES</b>	<b>266</b>
▶	Module 1 : les angles et les cercles	266
▶	Module 2 : les angles et les droites	270
▶	Correction des rubriques « maths sans frontières »	274

# Index des définitions

- agrandissement **243**
- angle au centre **271**
- angle inscrit **271**
- angles homologues **217, 244**
- angle tangentiel **271**
- arc de cercle **271**
  
- coefficient **261**
- coefficient angulaire (ou la pente) **206**
- condition d'existence **267**
- constante **207**
- coordonnées du point milieu d'un segment **232**
- corde **271**
- cosinus **237**
- côtés homologues **217, 244**
- croissante **207**
  
- décroissante **207**
- degré du monôme **261**
- degré d'une somme de polynômes **261**
- degré d'un polynôme **261**
- degré d'un produit de polynômes **261**
- déplacement **243**
- deux figures sont isométriques **244**
- d'inéquation impossible **257**
- d'inéquation indéterminée **257**
  
- entiers **195**
- équation **211**
- équation du premier degré **211**
- équations équivalentes **211**
- extrêmes **215**
  
- factoriser **265**
- fonction **198**
- fonction affine **205**
- fonction linéaire **205**
- fonctions du premier degré **205**
- fraction rationnelle **267**
  
- hypoténuse **185**
  
- impossible **250**
- inconnue **211**
- indéterminé **250**
- inéquation **254**
- inverse **259**
- irrationnels **196**
- isométries **244**
  
- monôme **261**
- monômes semblables **261**
- moyenne arithmétique **234**
- moyenne géométrique **234**
  
- moyens **215**
  
- naturels **195**
- notation scientifique **259**
  
- ordonnée à l'origine **204**
  
- parallèles **208**
- perpendiculaires **208**
- polynôme **261**
- polynôme complet **261**
- polynôme ordonné **261**
- polynôme réduit **261**
- proportion **215**
  
- quatrième proportionnelle **233**
  
- racine(s) **203**
- racine carrée positive **193**
- rapport **215**
- rapport de similitude **219**
- rationnels **195**
- réduction **243**
- réels **196**
- résoudre une équation **211**
- résoudre une inéquation **254**
- rotation **243**
  
- semblables **218**
- similitude **217, 243**
- simplifier une fraction rationnelle **268**
- sinus **237**
- solutions **211, 254**
- sommets homologues **217, 244**
- symétrie centrale **243**
- symétrie orthogonale **243**
- système de deux équations **249**
  
- tangente **237**
- translation **243**
  
- variable **261**

# Index des « comment faire »

## Chapitre 1 Pythagore et les racines carrées positives

### ► Module 1 : Pythagore

- Pour calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle 188
- Pour déterminer si un triangle est rectangle 188
- Pour construire un segment de longueur irrationnelle 190

### ► Module 2 : les racines carrées positives

- Pour estimer la valeur d'une racine carrée positive sans calculatrice 193
- Pour simplifier un radical 194
- Pour additionner des radicaux 194
- Pour multiplier des radicaux 194
- Pour rendre rationnel le dénominateur d'une fraction 195

## Chapitre 2 Les fonctions et le premier degré

### ► Module 1 : les fonctions : généralités

- Pour savoir si un graphique est celui d'une fonction 198
- Pour tracer le graphique d'une fonction 198
- Pour trouver l'image d'un point dont l'abscisse est donnée 200
- Pour trouver l'abscisse du ou des points dont l'image est donnée 201
- Pour savoir si un point appartient à une fonction 202
- Pour trouver les racines d'une fonction 203
- Pour trouver l'ordonnée à l'origine d'une fonction 204

### ► Module 2 : le premier degré

- Pour déterminer le coefficient angulaire (CA) 206
- Pour vérifier qu'un point appartient à une droite 209
- Pour construire le graphique d'une fonction du premier degré 209
- Pour déterminer l'équation d'une droite... 210
- Pour résoudre une équation du premier degré écrite sous forme de proportion 211
- Pour résoudre une équation du premier degré avec dénominateur (si ce n'est pas une proportion) 212
- Pour comprendre le lien graphique... 213

## Chapitre 3 Les similitudes

### ► Module 3 : Thalès

- Pour trouver les longueurs manquantes lorsqu'on a une configuration de Thalès 227
- Pour démontrer que des droites sont parallèles 227
- Pour partager un segment en  $n$  parties égales 230
- Pour calculer les coordonnées du point  $M$  milieu de  $[AB]$  232
- Pour trouver algébriquement la quatrième proportionnelle à trois réels positifs 233
- Pour construire un segment dont la longueur est la quatrième proportionnelle à 3 longueurs données 233
- Pour trouver algébriquement la moyenne géométrique à 2 réels positifs 234
- Pour trouver graphiquement la moyenne géométrique à 2 réels positifs 234
- Pour construire un segment dont la longueur est la moyenne géométrique de deux longueurs données 234

## Chapitre 4 La trigonométrie

- ▶ Pour trouver l'amplitude d'un angle d'un triangle rectangle... 238
- ▶ Pour trouver la longueur d'un côté d'un triangle rectangle... 239
- ▶ Pour utiliser ta calculatrice 241
- ▶ Pour transformer des degrés minutes secondes en degrés décimaux 241
- ▶ Pour transformer des degrés décimaux en degrés minutes secondes 241

## Chapitre 6 Les fonctions et les équations

### ▶ Module 1 : les systèmes d'équations

- ▶ Pour déterminer le nombre de solutions d'un système 250
- ▶ Pour résoudre graphiquement un système de deux équations à deux inconnues 251
- ▶ Pour résoudre algébriquement un système de deux équations à deux inconnues 252
- ▶ Pour résoudre un problème 253

### ▶ Module 2 : les inéquations

- ▶ Pour résoudre graphiquement une inéquation du premier degré à une inconnue 256
- ▶ Pour résoudre algébriquement une inéquation 257

## Chapitre 7 Les polynômes

### ▶ Module 2 : les valeurs numériques et les opérations sur les polynômes

- ▶ Pour calculer la valeur numérique d'un polynôme 262
- ▶ Pour additionner ou soustraire des polynômes 262
- ▶ Pour multiplier des polynômes 262
- ▶ Pour diviser un polynôme par un polynôme 262
- ▶ Pour diviser un polynôme par  $(x - a)$  263
- ▶ Pour calculer le reste de la division d'un polynôme par  $(x - a)$  264
- ▶ Pour déterminer si un polynôme  $P(x)$  est divisible par  $(x - a)$  264

### ▶ Module 3 : la factorisation et les fractions algébriques

- ▶ Pour factoriser un polynôme... 265
- ▶ Pour résoudre une équation du second degré 267
- ▶ Pour trouver la (les) condition(s) d'existence 268
- ▶ Pour simplifier une fraction algébrique 268
- ▶ Pour réduire au même dénominateur 269
- ▶ Pour additionner ou soustraire deux fractions rationnelles 269
- ▶ Pour multiplier des fractions rationnelles 269
- ▶ Pour diviser par une fraction rationnelle 270

## Chapitre 8 Les angles

### ▶ Module 1 : les angles et les cercles

- ▶ Pour déterminer l'amplitude d'un angle au centre ou d'un angle inscrit 274

# Index des propriétés

## Chapitre 1 : Pythagore et les racines carrées positives

Si un triangle est rectangle,  
ALORS le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.

Si le triangle rectangle ABC est rectangle en A, alors  $a^2 = b^2 + c^2$ .

185  
Théorie

Si, dans un triangle, le carré de la longueur du plus grand côté est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés,  
ALORS ce triangle est rectangle.

→ Si  $a^2 = b^2 + c^2$  alors le triangle ABC est rectangle.

187  
Théorie

Si un triangle est inscrit dans un demi-cercle,  
ALORS ce triangle est rectangle.

188  
Théorie

Si, dans un triangle, la longueur de la médiane relative au plus grand côté vaut la moitié de celui-ci, ALORS le triangle est rectangle.

188  
Théorie

Si un triangle est inscrit dans un cercle en ayant un diamètre du cercle pour côté,  
ALORS ce triangle est rectangle.

189  
Théorie

Dans tout triangle rectangle, le carré de la hauteur relative à l'hypoténuse est égal au produit des segments qu'elle détermine sur l'hypoténuse.

191  
Théorie

Dans tout triangle rectangle, le carré d'un côté de l'angle droit est égal au produit de l'hypoténuse par sa projection sur l'hypoténuse.

192  
Théorie

- ▶  $\sqrt{0} = 0$  et  $\sqrt{1} = 1$
- ▶ Si  $a, b \in \mathbb{R}^+$  ALORS  $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$
- ▶ Si  $a \in \mathbb{R}^+$ , et  $b \in \mathbb{R}_0^+$  ALORS  $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$
- ▶ Si  $a \in \mathbb{R}^+$ , ALORS  $\sqrt{a^2} = a$  et  $(\sqrt{a})^2 = a$

194  
Théorie

## Chapitre 2 : les fonctions et le premier degré

Un point appartient au graphique d'une fonction si ses coordonnées vérifient l'équation de cette fonction.

202  
Théorie

Deux droites sont parallèles si et seulement si elles ont le même coefficient angulaire.

208  
Théorie

Deux droites sont perpendiculaires si et seulement si le produit de leur coefficient angulaire est égal à  $-1$ .

208  
Théorie

Dans une égalité, ajouter ou retirer un même nombre aux deux membres conserve l'égalité.

Dans une égalité, multiplier ou diviser par un même nombre non nul les deux membres conserve l'égalité.

211  
Théorie

### Chapitre 3 : les similitudes

Dans toute proportion, le produit des extrêmes est égal au produit des moyens.

215  
Théorie

Dans toute proportion, les termes moyens peuvent être permutés.

215  
Théorie

Dans toute proportion, les termes extrêmes peuvent être permutés.

216  
Théorie

Dans toute proportion, les termes moyens et les termes extrêmes peuvent être permutés.

216  
Théorie

Le rapport des périmètres de deux triangles semblables égale le rapport de similitude.

220  
Théorie

Le rapport des aires de deux triangles semblables égale le carré du rapport de similitude.

221  
Théorie

Si deux triangles ont leurs côtés homologues de longueur proportionnelle, ALORS ces deux triangles sont semblables.

222  
Théorie

Si deux triangles ont un angle de même amplitude compris entre deux côtés homologues de longueur proportionnelle, ALORS ces deux triangles sont semblables.

222  
Théorie

Si deux triangles ont deux angles homologues respectivement de même amplitude, ALORS ces deux triangles sont semblables.

223  
Théorie

Des parallèles déterminent sur deux sécantes des triangles semblables et segments homologues de longueur proportionnelle.

224  
Théorie

Si dans un triangle, on trace la droite joignant les milieux de deux côtés, ALORS cette droite est parallèle au troisième côté et la longueur du segment déterminé par les points d'intersection avec les côtés en vaut la moitié.

228  
Théorie

Si, dans un triangle, on trace par le milieu d'un côté la parallèle à un deuxième côté, ALORS le point d'intersection avec le troisième côté est son milieu et la longueur du segment déterminé par les points d'intersection avec les côtés en vaut la moitié.

229  
Théorie

Dans tout triangle rectangle, la longueur de la hauteur relative à l'hypoténuse est la moyenne proportionnelle entre les longueurs des segments qu'elle détermine sur l'hypoténuse.

235  
Théorie

Dans tout triangle rectangle, la longueur d'un côté de l'angle droit est la moyenne proportionnelle entre la longueur de l'hypoténuse et la longueur de sa projection orthogonale sur l'hypoténuse.

236  
Théorie

#### Chapitre 4 : la trigonométrie

Le cosinus d'un angle vaut le sinus de son complément et inversement.

237  
Théorie

$$\tan \widehat{B} = \frac{\sin \widehat{B}}{\cos \widehat{B}}$$

242  
Théorie

$$\cos^2 \widehat{B} + \sin^2 \widehat{B} = 1$$

242  
Théorie

Dans un repère orthonormé, le coefficient angulaire d'une droite est la tangente de l'angle qu'elle forme avec l'axe des abscisses.

242  
Théorie

#### Chapitre 5 : les isométries

Deux figures isométriques ont leurs côtés homologues de même longueur et leurs angles homologues de même amplitude.

244  
Théorie

Si deux triangles ont leurs côtés homologues respectivement de même longueur, ALORS ces deux triangles sont isométriques.

246  
Théorie

Si deux triangles ont un angle homologue de même amplitude compris entre deux côtés homologues respectivement de même longueur, ALORS ces deux triangles sont isométriques.

246  
Théorie

Si deux triangles ont un côté homologue de même longueur compris entre deux angles homologues respectivement de même amplitude, ALORS ces deux triangles sont isométriques.

246  
Théorie

Si deux triangles rectangles ont leur hypoténuse de même longueur et un angle aigu de même amplitude,  
ALORS ils sont isométriques.

248  
Théorie

Si deux triangles rectangles ont l'hypoténuse et un côté de l'angle droit respectivement de même longueur,  
ALORS ils sont isométriques.

248  
Théorie

### Chapitre 6 : les fonctions et les équations

Si on ajoute (retire) un même réel aux deux membres d'une inégalité,  
ALORS le sens de l'inégalité est conservé.

255  
Théorie

Si on multiplie (divise) par un même réel POSITIF les deux membres d'une inégalité,  
ALORS le sens de l'inégalité est conservé.

255  
Théorie

Si on multiplie (divise) par un même réel NÉGATIF les deux membres d'une inégalité,  
ALORS le sens de l'inégalité est modifié.

255  
Théorie

### Chapitre 7 : les polynômes

Si  $a \in \mathbb{R}_0$  et  $n \in \mathbb{N}$

(a appartient à  $\mathbb{R}_0$ , car 0 n'a pas d'inverse)

ALORS  $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

259  
Théorie

Si  $a, b \in \mathbb{R}_0$  et  $m, n \in \mathbb{Z}$

ALORS

$$a^n \cdot a^m = a^{m+n}$$

$$(a^n)^m = a^{m \cdot n}$$

$$(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

259  
Théorie

Loi du reste : le reste de la division d'un polynôme  $P(x)$  par  $(x - a)$  est la valeur numérique de ce polynôme en  $a$ .

264  
Théorie

$P(x)$  est divisible par  $(x - a)$  si le reste est égal à zéro.

264  
Théorie

Règle du produit nul :  
Un produit de facteurs est nul si et seulement si au moins un des deux facteurs est nul.

$$\text{Si } a, b \in \mathbb{R} : \\ a \cdot b = 0 \Leftrightarrow a = 0 \text{ ou } b = 0$$

266  
Théorie

Une fraction rationnelle existe et représente un nombre réel si son dénominateur est différent de zéro.

267  
Théorie

## Chapitre 8 : les angles

SI, dans un cercle, deux angles au centre ont la même amplitude,  
ALORS ils interceptent des cordes de même longueur.

271  
Théorie

SI, dans un cercle, deux angles au centre interceptent des cordes de même longueur,  
ALORS ils ont la même amplitude.

272  
Théorie

SI, dans un cercle, un angle au centre et un angle inscrit interceptent la même corde et  
sont situés du même côté de cette corde,  
ALORS l'amplitude de l'angle inscrit vaut la moitié de celle de l'angle au centre.

272  
Théorie

SI, dans un cercle, deux angles inscrits interceptent la même corde et  
sont situés du même côté de celle-ci,  
ALORS ils ont la même amplitude.

273  
Théorie

SI, dans un cercle, deux angles inscrits interceptent la même corde et  
sont situés de part et d'autre de la corde,  
ALORS ils sont supplémentaires.

274  
Théorie

SI, dans un cercle, un angle tangentiel et un angle inscrit interceptent le même  
arc de cercle, ALORS ils ont la même amplitude.

274  
Théorie

SI deux parallèles sont coupées par une sécante, ALORS les angles alternes-internes,  
alternes-externes et correspondants ont la même amplitude.

276  
Théorie

SI deux angles à côtés respectivement parallèles sont tous les deux aigus ou tous les deux obtus,  
ALORS ils ont la même amplitude.

SI deux angles à côtés respectivement parallèles sont tels que l'un est aigu et l'autre  
est obtus, ALORS ils sont supplémentaires.

277  
Théorie

SI deux angles à côtés respectivement perpendiculaires sont tous les deux aigus ou tous les deux  
obtus, ALORS ils ont la même amplitude.

SI deux angles à côtés respectivement perpendiculaires sont tels que l'un est aigu et  
l'autre est obtus, ALORS ils sont supplémentaires.

278  
Théorie