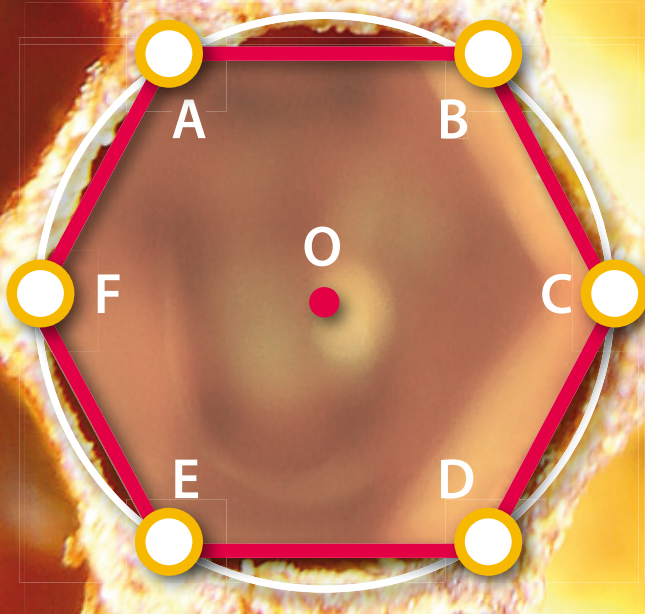


MATHÉMATIQUES

# Delta

LIVRE-CAHIER

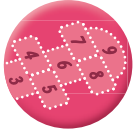
J. Coulibaly  
G. Leenaers  
O. Lerot  
V. Wuyts



# Introduction à l'attention des élèves

**Delta** est une collection de mathématiques qui t'accompagnera durant toute l'année scolaire.

Tu as acquis lors des précédentes années toute une série d'outils que nous allons utiliser dans différents chapitres. Pour rendre ces divers apprentissages plus clairs pour toi, nous avons divisé chacun des chapitres du cahier d'activités en plusieurs parties. Voici l'explication de chacune d'elles :



## 1. Parcours d'apprentissage

Dans celui-ci, nous avons voulu te situer dans ton apprentissage.

D'un côté, tu verras les notions à partir desquelles nous allons travailler, que tu as déjà développées en primaire ou dans les chapitres précédents.

Ensuite seront exposées toutes les compétences visées par le chapitre : ce qu'il te faudra savoir en fin de chapitre, ce sur quoi ton professeur pourra t'interroger.

Et pour finir, tu verras à quoi ces nouveaux acquis te seront utiles dans le futur... proche ou lointain.



## 2. Exercices

Ceux-ci sont divisés en modules, qui ont des liens les uns avec les autres.

Dans chaque module, tu trouveras trois parties :

*Activités de questionnement*



Des exercices qui, comme le nom l'indique, te questionneront, et te permettront de découvrir de nouvelles notions.

*Faisons le point*



Ici, nous te poserons des questions pour t'aider à formaliser les notions que tu auras découvertes. Nous n'allons pas y mettre la théorie déjà complétée... En effet, il nous a semblé indispensable de te pousser à l'autonomie en te faisant réfléchir sur la théorie découverte et en essayant de la formaliser toi-même.

Tu éprouveras peut-être quelques difficultés à te familiariser à la « fabrication » de résumés, mais nous espérons que, petit à petit, tu parviendras à les faire toi-même.

*Exercices d'application*



Après avoir découvert et formalisé la théorie, il est évidemment logique de faire quelques exercices...



## 3. Carte du chapitre

Nous avons voulu utiliser une technique un peu différente pour t'aider à faire des résumés.

Tu auras vu les exercices et il sera ensuite nécessaire d'avoir une vue d'ensemble de tout le chapitre. Cette manière de faire te permet d'avoir cette vue d'ensemble. Tu devras essayer de compléter cette carte, et petit à petit, être capable de la réaliser par toi-même.



## 4. Utilise tes ressources, travaille tes compétences

Maintenant que tu as découvert, formalisé et utilisé les nouvelles notions de chaque module, et que tu as assimilé la théorie globale du chapitre, il est pertinent de voir si tu peux utiliser correctement toute cette théorie dans les exercices...



## 5. Tâche de compétence cible

Il est temps désormais de te confronter à la tâche de compétence cible qui met en œuvre toutes les notions apprises lors du chapitre.



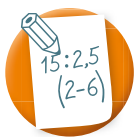
## 6. Mathématiques sans frontières

Sache que tu n'es pas le seul à étudier les mathématiques... Dans cette rubrique, nous avons voulu te montrer des exemples de concours de mathématiques, entre autres les Olympiades Mathématiques belges.



### 7. Je prépare mon évaluation

Enfin, nous avons tenu à terminer chacun des chapitres par une évaluation formative, qui te fait prendre conscience de tes acquis et de tes difficultés. Les points ne sont là que pour te permettre de savoir où tu en es, te dire que tu dois encore revoir tel ou tel point de matière pour réussir la « vraie » interro (qui s'appelle alors une évaluation sommative ou certificative).



### 8. Exercices supplémentaires

Ici se trouvent des exercices en plus, à faire ou pas, suivant ton niveau, tes difficultés, ton envie... et l'envie de ton enseignant.

Outre ces différentes parties, certains pictogrammes t'aideront à t'y retrouver :



Ouvre ton référentiel à la page indiquée pour découvrir les notions théoriques liés aux exercices.



Cela t'indique qu'il s'agit d'un exercice de « dépassement », un exercice particulièrement difficile, ou qui aborde déjà la matière de troisième.



Cela t'indique qu'un lien peut être fait avec un autre chapitre.



Tu auras besoin de ta calculatrice pour réaliser cet exercice.

## Introduction à l'attention des enseignant(e)s

**Delta** est une collection de mathématiques à l'attention des 1<sup>re</sup>, 2<sup>e</sup>, 3<sup>e</sup> et 4<sup>e</sup> années de l'enseignement général secondaire. Vous avez entre les mains le manuel destiné à la 2<sup>e</sup> année du secondaire.

Cette collection a été développée en concordance avec les socles de compétences et les différents programmes de mathématiques et avec la volonté de respecter leur philosophie.

Cette collection se compose de trois supports par année :

- 1 Un référentiel de théorie ;
- 2 Un livre-cahier ;
- 3 Un Kit du prof.



L'ambition de la méthode **Delta** est de proposer à l'enseignant(e) :

- des outils parfaitement adéquats pour mettre en place les programmes et la pédagogie par compétence ;
- une forme attractive qui permet à l'élève de travailler les mathématiques grâce à des supports agréables ;
- une philosophie qui encourage l'autonomie de l'élève et le forme à la résolution de tâches complexes ;
- un respect sans faille des prescrits légaux et des évaluations conformes aux directives ;
- des tâches formatives pour exercer l'élève aux tâches complexes proposées en évaluation ;
- une approche numérique complète et intégrée via le Kit du professeur et le manuel numérique.

## Entrez dans la réalité augmentée grâce à Delta

► Plus d'informations page 351.



1.

## PARCOURS D'APPRENTISSAGE

AXES  
D'ÉVALUATION

p. 347

## Ensuite je poursuivrai...

En 3<sup>e</sup>, tu étendras la division euclidienne à la division des polynômes et tu effectueras des calculs d'expressions littérales comprenant les fractions. Ce chapitre te sera également utile pour poser les conditions d'existence d'une fraction algébrique et pour la simplifier.

## Maintenant, je vais apprendre à ...

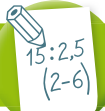
- Donner l'ensemble des multiples d'un nombre.
  - Décomposer des nombres en facteurs premiers. (SC)
  - Trouver le PGCD et le PPCM de deux nombres.
  - Reconnaître des nombres premiers entre eux.
  - Appliquer la relation  $D = d \cdot q + r$  avec  $r < d$  et  $\frac{D}{q} = d + \frac{r}{q}$  avec  $r < d$
- (Division euclidienne)
- Appliquer la règle du signe du quotient.
  - Représenter des fractions à termes entiers sur une droite graduée.
  - Simplifier les fractions.
  - Transformer l'écriture fractionnaire d'un nombre en écriture décimale.
  - Calculer le quotient de deux nombres entiers.
  - Reconnaître des fractions équivalentes.
  - Donner les valeurs approchées et encadrements d'une fraction à une unité décimale près.
  - Calculer la valeur approchée d'un quotient et encadrer un quotient.
  - Confirmer ou infirmer un encadrement donné d'une fraction.
  - Utiliser des entiers, des décimaux et des fractions munis d'un signe. (SC)
  - Donner l'opposé d'une fraction.
  - Ranger des fractions par ordre croissant et décroissant.

SC = Socles de Compétences

## Je mobilise ce que je sais déjà...

Tu as déjà appris à classer, ranger et comparer les nombres. Tu sais ce que sont les diviseurs et les multiples d'un nombre. Tu connais les caractères de divisibilité, les nombres premiers et tu sais calculer des puissances.

+ RÉALITÉ  
AUGMENTÉE



## Je me souviens...

### 1. Complète.

	En français
▶ div 10 = .....	.....
▶ div 29 = .....	.....
▶ div 45 = .....	.....
▶ $4\mathbb{N}$ = .....	.....
▶ $12\mathbb{N}$ = .....	.....
▶ div 0 = .....	.....
▶ $0\mathbb{N}$ = .....	.....

### 2. a) Cite les nombres premiers inférieurs à 20.

.....

### b) Te souviens-tu de la définition d'un nombre premier ?

.....

### 3. Quels sont les nombres naturels qui divisent 50 et qui sont multiples de 5 ?

.....  
 .....  
 .....

### 4. Complète par $<$ , $>$ ou $=$ .

-3	.....	5		-1632	.....	-160
51	.....	-51		$ 473 $	.....	$ -400 $
$ 6 $	.....	$ -6 $		-28	.....	$-(-28)$
-6	.....	-7		49	.....	$ 37 + 12 $
0	.....	-4		0	.....	$ 0 $

### 5. Complète les cases de ces carrés avec des nombres entiers tels qu'ils soient classés dans l'ordre croissant verticalement et horizontalement. Pour chaque tableau, colorie respectivement en vert puis en rouge le plus petit et le plus grand entier. Les nombres d'un tableau doivent être différents.

		-2
		+2
0		

		-6	+1
	-3		+3
-4	-1	0	
+2			

		-1
-3	+2	

**6. Encadre les nombres suivants par deux entiers consécutifs.**

- a) ..... < 5,23 < .....
- b) ..... < -15,023 < .....
- c) ..... < 007,1223 < .....
- d) ..... < -5,23 < .....
- e) ..... <  $\frac{9}{5}$  < .....
- f) ..... <  $\frac{9}{15}$  < .....
- g) ..... <  $\frac{20}{5}$  < .....

**MODULE 1 : PARTAGER ET MULTIPLIER****1. PPCM et PGCD****? ACTIVITÉS DE QUESTIONNEMENT**

**1. Julie voudrait mettre des photos de sa famille sur le mur de sa chambre. Elle a 126 photos de dimension A et 90 photos de dimension B. Elle voudrait que toutes ses photos soient collées sur des panneaux ayant le même nombre de photos de dimension A et de photos de dimension B.**



- a) Combien de panneaux Julie peut-elle réaliser si elle utilise toutes ses photos ? Elle voudrait réaliser le moins de panneaux possible et mettre uniquement des photos de même dimension sur un panneau.

.....

- b) Combien de photos de dimension A et de dimension B contient chaque panneau ?

.....

**2. Quel est le PGCD de 32 et 56 ?**

Div 32 = .....

Div 56 = .....

Diviseurs communs : .....

PGCD = .....

### 3. Quel est le PPCM de 12 et 16 ?

Multiples de 12 = .....

Multiples de 16 = .....

PPCM = .....

Pour les petits nombres, ces méthodes sont rapides et faciles. Mais pour les grands nombres, les mathématiciens ont évidemment trouvé mieux...



FAISONS LE POINT



#### Que signifient PPCM et PGCD ?

.....  
 .....

#### Quand utiliser l'un ou l'autre ?

.....  
 .....

#### Comment les trouver ?

.....  
 .....

 EXERCICES D'APPLICATION

1. Factorise en nombres premiers et écris ta réponse sous la forme d'un produit de puissances.

96

128

312

96 = .....

128 = .....

312 = .....

576

5625

600

576 = .....

5625 = .....

600 = .....

56

28

39

56 = .....

28 = .....

39 = .....



Complète le tableau grâce aux décompositions ci-dessus.

		PGCD	PPCM	Produit des 2 nombres	PGCD · PPCM
1	96 et 128				
2	312 et 128				
3	96 et 312				
4	576 et 96				
5	56 et 28				
6	28 et 39				



2. En observant les deux dernières colonnes, quelle propriété pourrais-tu donner ?

.....  
 .....

3. Quelle particularité remarques-tu pour les lignes 5 et 6 ?

.....  
 .....

4. Pour les lignes 5 et 6, aurais-tu pu trouver leur PPCM et leur PGCD sans effectuer toute la décomposition ?

.....  
 .....

 **FAISONS LE POINT** 

Attention, ne confondons pas UN nombre premier et DES nombres premiers entre eux !

**Tu le sais, les mathématiciens sont des gens intelligents. Donc avant de se lancer dans la décomposition en facteurs premiers, ils vont se poser deux questions. Lesquelles ?**

▶ Si un nombre est ..... alors leur PPCM est ..... et leur PGCD est .....

▶ Si deux nombres sont ....., alors leur PPCM est ..... et leur PGCD est .....

▶ Rappelle-toi la propriété que tu as émise en observant les deux dernières colonnes de l'exercice précédent. Ce qui nous amène à dire que si le PGCD est facile à trouver, pour trouver le PPCM, il suffit de .....

.....  
 .....



## EXERCICES D'APPLICATION

1. Parmi les nombres suivants, quels sont ceux qui sont premiers ? Premiers entre eux ? 13 ; 25 ; 26

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. Noélia monte l'escalier en prenant deux marches à la fois. Hugo grimpe le même escalier d'un château en prenant trois marches à la fois. Ils arrivent ensemble sur la dernière marche.

Combien de marches au minimum a cet escalier ?

.....

.....



3. Complète le tableau, mais ne fais la décomposition en un produit de facteurs premiers que si nécessaire. Sois perspicace !

	$a$	$b$	PGCD de $a$ et $b$	PPCM de $a$ et $b$	Méthode du PGCD	Méthode du PPCM
a)	16	24	.....	.....	..... .....	..... .....
b)	180	120	.....	.....	..... .....	..... .....
c)	26	9	.....	.....	..... .....	..... .....
d)	14	28	.....	.....	..... .....	..... .....
e)	27	63	.....	.....	..... .....	..... .....
f)	28	27	.....	.....	..... .....	..... .....
g)	120	540	.....	.....	..... .....	..... .....
h)	250	750	.....	.....	..... .....	..... .....
i)	630	2475	.....	.....	..... .....	..... .....
j)	24	25	.....	.....	..... .....	..... .....

4. Quentin voudrait recouvrir de carreaux sa terrasse qui mesure 720 cm sur 660 cm.

a) De combien de carreaux de 6 cm sur 12 cm aura-t-il besoin ?

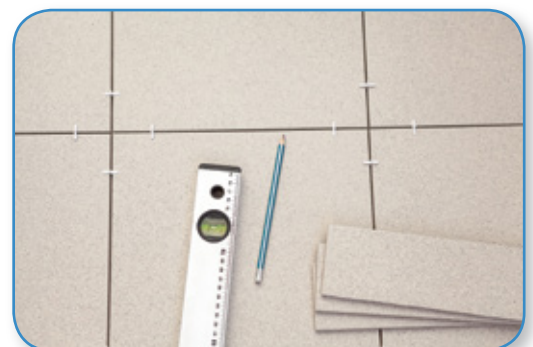
.....  
.....

b) De combien de carreaux de 15 cm sur 20 cm aura-t-il besoin ?

.....

c) Quelles sont les dimensions de la plus grande dalle carrée qu'il peut utiliser ?

.....  
.....



5. Léon voudrait préparer un sachet de bonbons pour les copains qu'il a invités à son anniversaire. Tous les paquets doivent être identiques.

Il a 152 grenouilles et 136 souris.

- a) Combien de sachets au maximum peut-il préparer si tous les bonbons sont utilisés ?  
.....
- b) Combien y aura-t-il de grenouilles et de souris dans chaque paquet ?  
.....
- c) Si Léon invite 8 personnes, auront-elles chacune un sachet ?  
.....



6. Les roues avant d'un tracteur ont pour circonférence 2,75 m tandis que les roues arrière ont une circonférence de 330 cm. Quelle distance minimale le tracteur devra-t-il parcourir pour que ses roues aient fait un nombre entier de tours en même temps ?  
.....



7. Complète en tenant compte de 2 nombres : 36 et 126.

- a) Le PGCD de 36 et 126 est .....
- b) Le PPCM de 36 et 126 est .....
- c) Que devient le PGCD si les deux nombres sont multipliés par 5 ? .....
- d) Que devient le PGCD si l'un des deux nombres est multiplié par 5 ? .....
- e) Que devient le PPCM si les deux nombres sont multipliés par 5 ? .....
- f) Que devient le PPCM si l'un des deux nombres est multiplié par 5 ? .....
- g) Que devient le PGCD si les deux nombres sont divisés par 2 ? .....
- h) Que devient le PGCD si l'un des deux nombres est divisé par 2 ? .....
- i) Que devient le PPCM si les deux nombres sont divisés par 2 ? .....
- j) Que devient le PPCM si l'un des deux nombres est divisé par 2 ? .....

8. Marie a 14 ans et Camille a 6 ans. L'âge du père est un multiple de chacun des âges. Quel est l'âge du père si tu sais qu'il a moins de 40 ans ?  
.....

9. Tu voudrais couper des petits carrés dans un carton rectangulaire de 42 cm sur 60 cm sans avoir de déchets. Tu veux des carrés les plus grands possible.

- a) Quelle est la taille de ces carrés ? .....
- b) Combien de carrés auras-tu découpés ? .....

10. Lors d'un Grand Prix de Formule 1, deux voitures partent en même temps et font plusieurs tours du même circuit.

La voiture bleue fait le tour du circuit en 3 min 40 s et la voiture rouge le fait en 3 min 10 s.

- a) Les voitures bleue et rouge se croiseront-elles à un moment sur la ligne de départ dans la demi-heure qui suit ?  
.....
- b) Combien de tours du circuit auront-elles effectués chacune au moment où elles se croiseront sur la ligne de départ ?  
.....



## 2. Division euclidienne

### ? ACTIVITÉS DE QUESTIONNEMENT

Dans 300 277 secondes, combien y a-t-il de jours, heures, minutes et secondes ?

.....

.....



### ▶ FAISONS LE POINT



.....

.....

.....

.....

### 📎 EXERCICES D'APPLICATION

1. Effectue les divisions suivantes par écrit et vérifie en utilisant la relation découverte.

236 : 25	2514 : 8	47895 : 7	3453 : 3	7253 : 12

2. Partage équitablement un jeu de 52 cartes entre trois personnes.

- a) Combien de cartes chaque personne reçoit-elle ? .....
- b) Combien de cartes reste-t-il ? .....

3. Partage équitablement un jeu de 52 cartes entre quatre personnes.

- a) Combien de cartes chaque personne reçoit-elle ? .....
- b) Combien de cartes reste-t-il ? .....





4. Combien y a-t-il de semaines dans une année non bissextile ?

.....  
 Combien y a-t-il de jours en trop ? .....

5. Combien y a-t-il de semaines dans une année bissextile ?

.....  
 Combien y a-t-il de jours en trop ? .....

6. Que vaut  $x$ ? Précise s'il représente le dividende, le diviseur, le quotient ou le reste d'une division euclidienne.

- a)  $17 + 22 \cdot x = 61$        $x = \dots\dots\dots$        $x$  est .....
- b)  $4 \cdot 28 + x = 114$        $x = \dots\dots\dots$        $x$  est .....
- c)  $x \cdot 4 + 3 = 27$        $x = \dots\dots\dots$        $x$  est .....
- d)  $x = 16 \cdot 5 + 3$        $x = \dots\dots\dots$        $x$  est .....



7. Complète le tableau.

	Dividende	Diviseur	Quotient	Reste	Vérification : $D = d \cdot q + r$
a		26	17	6	
b		80	126	8	
c	18 539	164			
d	1161		387	0	
b		88	13	11	

8. Dans une division euclidienne, le dividende vaut 62, le quotient vaut 7 et le reste 6. Quel est le diviseur ?

.....

9. Dans une division euclidienne, le diviseur vaut 10, le quotient vaut 8 et le reste 5. Quel est le dividende ?

.....

10. Dans une division euclidienne, le dividende vaut 84 et le diviseur 11. Que valent le quotient et le reste ?

.....

11. Coche les égalités qui décrivent une division euclidienne.

- $45 = 4 \cdot 10 + 5$
- $45 = 2 \cdot 20 + 5$
- $45 = 8 \cdot 5 + 5$
- $45 = 6 \cdot 6 + 9$
- $45 = 11 \cdot 4 + 1$
- $45 = 43 \cdot 1 + 2$
- $45 = 7 \cdot 5 + 10$
- $45 = 7 \cdot 6 + 3$

12. Quel nombre naturel compris entre 300 et 400 est divisible en même temps par 8, 10 et 15 ?

.....

13. 7 est le diviseur, 50 est le dividende, que valent le quotient et le reste ? Y a-t-il plusieurs solutions ?

.....

14. Quels sont les dividendes possibles si le diviseur vaut 4 et le quotient 5 ? .....

15. Tu as fêté la Saint-Sylvestre le mardi 31 décembre. Sur quel jour de la semaine tombera le 180<sup>e</sup> jour de l'année ? Trouve sur quel jour de la semaine tombera ton anniversaire.

.....



# MODULE 2 : CLASSER (SITUER, ORDONNER, COMPARER)

## ? ACTIVITÉS DE QUESTIONNEMENT

1. Cédric décide de dépenser le contenu de sa tirelire pour acheter des cadeaux de Noël à tous ses frères et sœurs. Il consacre  $\frac{3}{11}$  de sa «fortune» pour acheter un cadeau à Benoît,  $\frac{3}{8}$  pour Laurent et  $\frac{2}{8}$  pour la petite dernière, Juliette.



Qui a reçu le cadeau le moins cher ?

.....

.....

.....

2. Résous les équations suivantes. Dans chaque cas, écris la division (forme fractionnaire) qui permet de calculer la valeur de  $x$ .

$4x = 12$	$5x = -25$	$-3x = 48$	$-7x = -42$
.....	.....	.....	.....
.....	.....	.....	.....
.....	.....	.....	.....
$-6x = -60$	$11x = 55$	$-8x = 32$	$9x = -72$
.....	.....	.....	.....
.....	.....	.....	.....
.....	.....	.....	.....

Dans ces équations, les solutions peuvent être exprimées sous la forme d'un nombre entier. Mais ce n'est pas toujours le cas. Dans les exercices ci-dessous, écris la division qui permet de calculer  $x$ . Écris le quotient sous forme de fraction.

$10x = -15$	$-8x = 6$	$12x = 9$	$-3x = -4$
.....	.....	.....	.....
.....	.....	.....	.....
.....	.....	.....	.....
.....	.....	.....	.....

$-4x = -3$

.....  
 .....  
 .....

$-20x = 30$

.....  
 .....  
 .....

$20x = -15$

.....  
 .....  
 .....

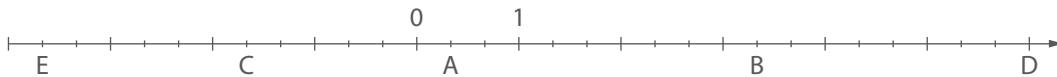
$-60x = -45$

.....  
 .....  
 .....

Certaines de ces équations admettent la même solution. Lesquelles ? Écris les égalités de fractions qui en découlent.

.....

**3. Détermine l'abscisse des points A, B, C, D et E.**



Abs A =

Abs B =

Abs C =

Abs D =

Abs E =

**4. Compare.**

a)  $\frac{1}{3}$  .....  $\frac{10}{3}$

c)  $\frac{-11}{3}$  .....  $\frac{-5}{3}$

e)  $\frac{18}{3}$  .....  $\frac{10}{3}$

g)  $\frac{-11}{3}$  .....  $\frac{1}{3}$

b)  $\frac{7}{3}$  .....  $-1$

d)  $\frac{-5}{3}$  .....  $\frac{10}{3}$

f)  $\frac{7}{3}$  .....  $1$

h)  $\frac{-11}{3}$  .....  $\frac{-1}{3}$

**FAISONS LE POINT**

Complète le tableau suivant.

Signe du dividende	Signe du diviseur	Signe du quotient ou de la fraction

N'oublie pas que tu peux toujours t'aider de tartes pour comparer des fractions...

À quel terme de la fraction le dividende correspond-il ? .....

Et le diviseur ? .....

Souviens-toi, en 1<sup>re</sup>, tu as vu comment comparer deux fractions positives. La règle est-elle différente pour comparer deux fractions négatives ?

Il existe plusieurs méthodes pour comparer deux fractions.

- ▶ Si les fractions sont de même dénominateur, .....
- ▶ Si les fractions sont de même numérateur, .....
- ▶ Si les fractions sont de numérateurs et dénominateurs différents, .....
- ▶ Mais avant tout, il faut être logique : .....



## EXERCICES D'APPLICATION

### 1. Écris les fractions suivantes sous leur forme irréductible...

a) $\frac{-63}{35} =$	i) $\frac{-54}{-81} =$	q) $\frac{-45}{81} =$
b) $\frac{24}{-72} =$	j) $\frac{48}{16} =$	r) $\frac{-21}{-12} =$
c) $\frac{68}{28} =$	k) $\frac{33}{44} =$	s) $\frac{16}{14} =$
d) $\frac{-4}{10} =$	l) $\frac{12}{13} =$	t) $\frac{20}{4} =$
e) $\frac{24}{108} =$	m) $\frac{49}{7} =$	u) $\frac{135}{8} =$
f) $\frac{36}{-63} =$	n) $\frac{-12}{9} =$	v) $\frac{-120}{-50} =$
g) $\frac{12}{-20} =$	o) $\frac{280}{28} =$	w) $\frac{20}{-50} =$
h) $\frac{32}{16} =$	p) $\frac{300}{200} =$	x) $\frac{350}{700} =$

### 2. Estime à l'unité près les fractions suivantes sans calculatrice.

a) $\frac{9}{5} \approx$	c) $\frac{35}{8} \approx$	e) $\frac{17}{7} \approx$
b) $\frac{-2}{7} \approx$	d) $\frac{2}{9} \approx$	f) $\frac{20}{4} =$

Avec ta calculatrice, donne un arrondi au centième des nombres ci-dessus.

a) $\frac{9}{5} =$	c) $\frac{35}{8} \approx$	e) $\frac{17}{7} \approx$
b) $\frac{-2}{7} \approx$	d) $\frac{2}{9} \approx$	f) $\frac{20}{4} =$

Pour ordonner les fractions, il est souvent bien utile de se poser la question : « Combien de fois puis-je mettre le dénominateur dans le numérateur ? »

### 3. Estime les fractions suivantes sans calculatrice, essaie d'aller jusqu'au dixième.

a) $\frac{-2}{3} =$	d) $\frac{-15}{7} =$	g) $\frac{17}{6} =$	j) $\frac{1}{5} =$	m) $\frac{-6}{7} =$
b) $\frac{-12}{3} =$	e) $\frac{5}{7} =$	h) $\frac{7}{6} =$	k) $\frac{1}{2} =$	n) $\frac{-14}{7} =$
c) $\frac{-2}{13} =$	f) $\frac{45}{7} =$	i) $\frac{4}{6} =$	l) $\frac{8}{5} =$	o) $\frac{-6}{18} =$

### 4. Calcule, sans calculatrice, le plus précisément possible.

a) $-5 : 9 =$	b) $9 : (-5) =$	c) $3 : 4 =$	d) $1 : 6 =$	e) $8 : 16 =$
---------------	-----------------	--------------	--------------	---------------

### 5. Complète par <, > ou =.

a) $\frac{-2}{3} \dots \frac{3}{4}$	e) $\frac{-5}{7} \dots \frac{3}{-4}$	i) $\frac{7}{6} \dots \frac{5}{4}$	m) $\frac{8}{5} \dots \frac{-5}{3}$	q) $\frac{-6}{7} \dots \frac{5}{-6}$
b) $-4 \dots 0$	f) $\frac{2}{3} \dots \frac{12}{3}$	j) $8 \dots 8,000$	n) $\frac{8}{15} \dots \frac{-5}{3}$	r) $\frac{18}{5} \dots \frac{15}{2}$
c) $\frac{12}{3} \dots 4$	g) $160,08 \dots 16,080$	k) $0 \dots -9$	o) $\frac{-8}{5} \dots \frac{-5}{3}$	s) $\frac{3}{5} \dots \frac{-5}{-2}$
d) $\frac{2}{-3} \dots \frac{-3}{2}$	h) $163,569 \dots 162,568$	l) $\frac{-2}{3} \dots \frac{1}{3}$	p) $\frac{-18}{5} \dots \frac{-5}{13}$	t) $\frac{8}{5} \dots \frac{5}{3}$

6. Détermine la valeur que représente  $a$  dans chacune des expressions suivantes.

a)  $\frac{a}{4} = 1$  ►  $a = \dots\dots\dots$

d)  $\frac{8}{a} = \cancel{2}$  ►  $a = \dots\dots\dots$

g)  $\frac{a}{6} = 0$  ►  $a = \dots\dots\dots$

b)  $\frac{a}{-8} = -1$  ►  $a = \dots\dots\dots$

e)  $\frac{-11}{a} = -1$  ►  $a = \dots\dots\dots$

h)  $\frac{-7}{a} = -1$  ►  $a = \dots\dots\dots$

c)  $\frac{a}{1} = 8$  ►  $a = \dots\dots\dots$

f)  $\frac{a}{1} = -10$  ►  $a = \dots\dots\dots$

i)  $\frac{12}{a} = -1$  ►  $a = \dots\dots\dots$



FAISONS LE POINT



$\cancel{2}$  est un symbole qui signifie «n'existe pas».

Complète les phrases ci-dessous grâce à l'exercice que tu viens de résoudre.

- a) Une fraction est égale à 1 si .....
- b) Une fraction est égale à -1 si .....
- c) Une fraction est égale à son numérateur si .....
- d) Une fraction vaut 0 si .....
- e) Une fraction n'existe pas si .....



EXERCICES D'APPLICATION

1. Complète par = ou  $\neq$ .

a)  $\frac{12}{-21} \dots\dots \frac{-12}{-21}$

e)  $\frac{25}{19} \dots\dots \frac{-25}{-19}$

i)  $\frac{12}{-21} \dots\dots \frac{-36}{63}$

m)  $\frac{15}{19} \dots\dots \frac{25}{29}$

b)  $\frac{-12}{42} \dots\dots \frac{-12}{-42}$

f)  $\frac{-6}{14} \dots\dots \frac{-6}{-14}$

j)  $\frac{24}{88} \dots\dots \frac{12}{42}$

n)  $\frac{-6}{14} \dots\dots \frac{-9}{21}$

c)  $\frac{-84}{-49} \dots\dots \frac{84}{49}$

g)  $\frac{-3}{-4} \dots\dots \frac{-3}{-4}$

k)  $\frac{84}{49} \dots\dots \frac{12}{7}$

o)  $\frac{-3}{-4} \dots\dots \frac{-15}{20}$

d)  $\frac{0}{3} \dots\dots \frac{0}{5}$

h)  $\frac{5}{5} \dots\dots 1$

l)  $\frac{-17}{-17} \dots\dots 1$

p)  $\frac{-6}{6} \dots\dots 1$

2. Dans les fractions suivantes,  $x$  peut prendre n'importe quelle valeur sauf une. Laquelle ?

a)  $\frac{5}{x}$  ►  $x \neq \dots\dots\dots$

f)  $\frac{3}{x-2}$  ►  $x \neq \dots\dots\dots$

b)  $\frac{2x-3}{6-x}$  ►  $x \neq \dots\dots\dots$

g)  $\frac{5}{4x}$  ►  $x \neq \dots\dots\dots$

c)  $\frac{45}{-x+6}$  ►  $x \neq \dots\dots\dots$

h)  $\frac{-3x+4}{-5-x}$  ►  $x \neq \dots\dots\dots$

d)  $\frac{5}{2x+6}$  ►  $x \neq \dots\dots\dots$

i)  $\frac{3}{-4x+12}$  ►  $x \neq \dots\dots\dots$

e)  $\frac{5x-2}{2x-4}$  ►  $x \neq \dots\dots\dots$

Souviens-toi !  
On ne peut  
diviser par zéro.

3. Écris la fraction  $\frac{15}{7}$  en écriture décimale. Ensuite, place le point x d'abscisse  $\frac{15}{7}$  sur les droites graduées ci-dessous.

$$\frac{15}{7} = \dots\dots\dots$$

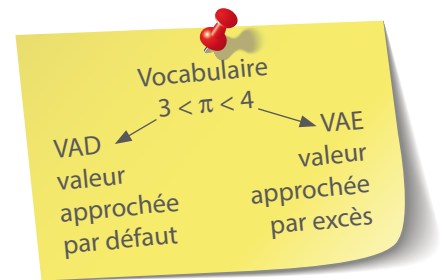
Droite graduée	Encadrement	
0  10	$\dots\dots\dots < \frac{15}{7} < \dots\dots\dots$	À l'unité
2  3	$\dots\dots\dots < \frac{15}{7} < \dots\dots\dots$	Au dixième
2,1  2,2	$\dots\dots\dots < \frac{15}{7} < \dots\dots\dots$	Au centième
2,14  2,15	$\dots\dots\dots < \frac{15}{7} < \dots\dots\dots$	Au millième

4. Place le nombre sur les droites graduées ci-dessous. ( $\pi \approx \dots\dots\dots$ )

Droite graduée	Encadrement	
	$\dots\dots\dots < \pi < \dots\dots\dots$	À l'unité
	$\dots\dots\dots < \pi < \dots\dots\dots$	Au dixième
	$\dots\dots\dots < \pi < \dots\dots\dots$	Au centième
	$\dots\dots\dots < \pi < \dots\dots\dots$	Au millième

Et maintenant, encadre  $-\pi$ .

$\dots\dots\dots < -\pi < \dots\dots\dots$	À l'unité
$\dots\dots\dots < -\pi < \dots\dots\dots$	Au dixième
$\dots\dots\dots < -\pi < \dots\dots\dots$	Au centième
$\dots\dots\dots < -\pi < \dots\dots\dots$	Au millième



5. Réponds aux questions suivantes.

- a) Quelle est la valeur approchée par défaut au dixième près de  $\pi$  ? .....
- b) Quelle est la valeur approchée par défaut au centième près de  $\pi$  ? .....
- c) Quelle est la valeur approchée par excès au dixième près de  $\pi$  ? .....
- d) Quelle est la valeur approchée par défaut à l'unité près de  $\pi$  ? .....
- e) Quelle est la valeur approchée par excès au millième près de  $\pi$  ? .....
- f) Quelle est la valeur approximative (ou arrondie) de  $\pi$  à 0,001 près ? .....
- g) Et au 0,000 1 près ? .....
- f) Quelle est la v.a.d. de  $\pi$  à 0,000 1 près ? .....

## 6. Encadre les fractions suivantes par leurs valeurs approchées au dixième près.



a) .....  $< \frac{7}{3} <$  .....

c) .....  $< \frac{-37}{8} <$  .....

b) .....  $< \frac{48}{11} <$  .....

d) .....  $< \frac{-11}{12} <$  .....

## 7. Encadre les fractions suivantes par leurs valeurs approchées au centième près.



a) .....  $< \frac{7}{3} <$  .....

c) .....  $< \frac{37}{8} <$  .....

b) .....  $< \frac{48}{11} <$  .....

d) .....  $< \frac{11}{12} <$  .....

## 8. Encadre les fractions suivantes par leurs valeurs approchées au millième près.



a) .....  $< \frac{-7}{-3} <$  .....

c) .....  $= \frac{37}{8} =$  .....

b) .....  $< \frac{48}{-11} <$  .....

d) .....  $< \frac{-11}{12} <$  .....

## 9. Vrai ou faux ?

a)  $4 < \frac{37}{8} < 5$  .....

c)  $-4 < -\frac{37}{8} < -5$  .....

b)  $-1 < \frac{-8}{-11} < 0$  .....

d)  $5 < \frac{11}{2} < 6$  .....

## 10. Simplifie, si possible, les expressions suivantes.

a)  $\frac{3 \cdot 4}{3 \cdot 4} =$

k)  $\frac{3+4}{3 \cdot 4} =$

b)  $\frac{3 \cdot 4}{6+4} =$

l)  $\frac{4+2}{4 \cdot 2} =$

c)  $\frac{3-5}{13-5} =$

m)  $\frac{-4 \cdot 2}{-8 \cdot (-4)} =$

d)  $\frac{7+8}{8 \cdot 7} =$

n)  $\frac{2+2}{2 \cdot 2} =$

e)  $\frac{4 \cdot 2+5}{4 \cdot 2} =$

o)  $\frac{4 \cdot (3+5)}{8} =$

f)  $\frac{6-8}{6} =$

p)  $\frac{4+2}{2} =$

g)  $\frac{4 \cdot 2 \cdot 5}{4 \cdot 2} =$

q)  $\frac{8 \cdot (13+5)}{8} =$

h)  $\frac{-13 \cdot 4}{3 \cdot (-2)} =$

r)  $\frac{3 \cdot 4}{3+4} =$

i)  $\frac{-3 \cdot 4 \cdot 5}{5 \cdot (6+4)} =$

s)  $\frac{42}{4 \cdot 2} =$

j)  $\frac{8-5}{8-5} =$

t)  $\frac{4 \cdot 2}{4 \cdot 2} =$

Réfléchis avant de calculer directement...  
Et n'oublie pas qu'on ne peut simplifier des fractions que si on a une multiplication.



**11. Relie chaque nombre ci-dessous à son opposé.**

$-\frac{4}{5}$ ●	● $-\frac{7}{6}$
$\frac{2}{3}$ ●	● $\frac{5}{4}$
$-\frac{7}{-6}$ ●	● $-\frac{1}{2}$
$-\frac{5}{4}$ ●	● $\frac{3}{2}$
$-2$ ●	● $\frac{4}{5}$

**12. Range les nombres de l'exercice précédent par ordre croissant.**

..... < ..... < ..... < ..... < ..... < ..... < ..... < ..... < .....

**13. Les fractions suivantes ont été rangées par ordre croissant ou décroissant. Mais une erreur s'est glissée. Retrouve-la et corrige-la.**

a)  $\frac{-7}{8}; \frac{3}{5}; \frac{7}{-10}; \frac{5}{4}$  ► .....

b)  $\frac{1}{5}; \frac{-8}{15}; \frac{-5}{6}; \frac{-2}{3}$  ► .....

**14. Place les fractions suivantes sur une droite graduée.**

Abs A =  $\frac{-1}{3}$       Abs B =  $\frac{1}{3}$       Abs C = -5      Abs D =  $\frac{18}{3}$       Abs E =  $-\frac{11}{6}$



Abs A = 5      Abs B =  $\frac{1}{5}$       Abs C = -0,5      Abs D =  $\frac{1}{2}$       Abs E = -2



**15. Utilise ta calculatrice afin d'encadrer les résultats de ces quotients au dixième près.**



-2306 : 25

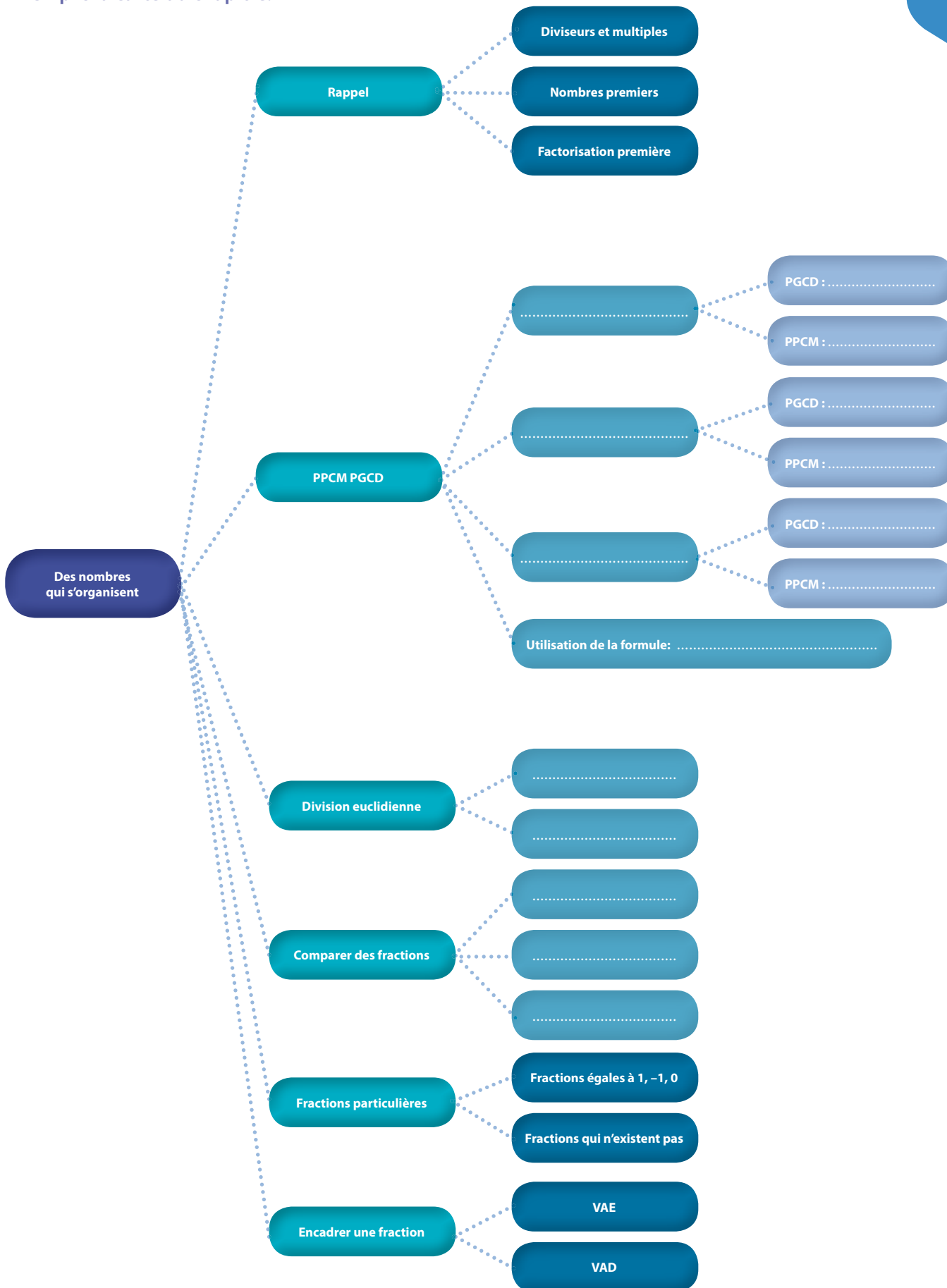
214 : 8

-4895 : -6

.....



Remplis la carte du chapitre.



## 4. Utilisons tes ressources pour travailler tes compétences



1. Afin de carrelé une pièce rectangulaire de 4,18 m sur 5,67 m, un entrepreneur propose à ses clients le choix entre deux modèles de carreaux, tous les deux carrés.

a) Le premier modèle est un carreau de 36 cm de côté et coûte 3,10 €.

Avec ce modèle-là, il est obligé de réaliser des joints de 0,6 cm et de couper les carreaux en perdant toutes les découpes.

De combien de carreaux auras-tu besoin ?

.....

.....

.....

b) Le deuxième modèle a 29 cm de côté et coûte 2,30 €/pièce. Le carreleur ne devra pas faire de joints avec ce modèle. De combien de dalles aura-t-il besoin pour carrelé cette pièce si les propriétaires désirent ce modèle de carrelage ?

.....

.....

c) Quel est le modèle le moins onéreux ? .....

2. Quel est le PGCD de deux nombres entiers pairs consécutifs ? Et de deux nombres entiers impairs consécutifs ? Justifie correctement ta réponse.

.....

.....

.....

3. Quel est le plus petit nombre qui, divisé par 1 donne un reste de 0, qui divisé par 2 donne un reste de 1, qui divisé par 3 donne un reste de 2, qui divisé par 4 donne un reste de 3 et qui divisé par 5 donne un reste de 4 ? .....

4. Sans utiliser de calculatrice, place les nombres suivants du plus petit au plus grand :

$$\frac{-150}{70}; \frac{-84}{-26}; \frac{-15}{16}; -0,05; -1,25; \frac{-12}{30}; -2$$

.....

5. En utilisant les nombres premiers 2 et 3, trouve six nombres ayant chacun douze diviseurs. Cette règle te sera fort utile...



«Le nombre de diviseurs d'un naturel est égal au produit des exposants de sa décomposition en facteurs premiers augmentés chacun de 1.»

.....

.....

.....

.....

.....

.....



**6. Place les nombres de 1 à 9 dans les cases du tableau proposé en respectant les conditions suivantes:**

- a) La ligne du milieu ne contient que des multiples de 2. Ils sont classés par ordre croissant.
- b) La colonne du milieu ne contient que des multiples de 3. Ils sont classés par ordre croissant.
- c) La première ligne ne contient que des nombres premiers.
- d) Le nombre formé par les trois chiffres de la première ligne est divisible par 5.
- e) La somme des chiffres qui composent les diagonales donne un multiple de 3.
- f) Le dernier chiffre du tableau n'est ni premier ni pair.

4		

**7. Détermine le nombre de diviseurs :**

- a) du carré d'un nombre premier : .....
- b) du cube d'un nombre premier : .....
- c) du produit de deux nombres premiers distincts : .....
- d) du carré du produit de deux nombres premiers distincts : .....
- e) du double du carré d'un nombre premier impair : .....

**8. La factorisation d'un nombre s'écrit sous la forme suivante :  $2^m \cdot 3^n \cdot 5^n$**

**Ce nombre possède douze diviseurs. Détermine le plus petit de ces nombres ( $m$  et  $n$  sont différents).**

**9. Deux nombres ont 12 pour PGCD. Le plus grand de ces nombres est 132. Trouve le 2<sup>e</sup> nombre si c'est le plus petit naturel de trois chiffres différents.**

**10. De nombreuses techniques de sécurité sont utilisées par les banques.**

Ainsi, pour les numéros de compte : le numéro d'un compte bancaire est un numéro unique.

Il est composé comme suit :



Code IBAN		Numéro de compte		
2 lettres	2 chiffres	3 chiffres	7 chiffres	2 chiffres
Le code du pays selon la norme internationale ISO 3166-1 alpha 2	Le code de vérification	Les trois premiers chiffres du numéro de compte permettent d'identifier la banque.	Les sept chiffres suivants correspondent au numéro de compte.	Les deux derniers chiffres représentent les chiffres de vérification (check-digit).

**Analysons de plus près les chiffres de vérification :**

**1) Sur le code IBAN**

**a. Créer le code de vérification**

*Exemple donné sur base d'un numéro de compte simple.*

Numéro de compte : 1234 ; le client est belge (code BE)

1. Créer un compte artificiel : code pays/00/compte client → BE001234
2. Déplacer les 4 premiers caractères vers la droite → 1234BE00
3. Convertir les lettres en chiffres (A = 10 ; B = 11 ; ... E = 14 ; ...) → 1234111400
4. Calculer le reste de la division par 97 → reste = 91
5. Le code de contrôle sera égal à 98 - reste. Si le code est inférieur à 10, le faire précéder d'un zéro. → code = 98 - 91 = 7 = 07
6. Remplacer le code « 00 » par le code obtenu. Ainsi le compte IBAN associé au client belge possédant le numéro 1234 sera : BE07 1234.

### b. Algorithme de vérification

1. Enlever les caractères indésirables (espaces, tirets).
2. Déplacer les 4 premiers caractères à droite.
3. Substituer les lettres par des chiffres via une table de conversion (A = 10, B = 11, C = 12, etc.)
4. Diviser le nombre ainsi obtenu par 97. Si le reste n'est pas égal à 1, l'IBAN est incorrect.

### c. Exemples

BE07 1234 1. BE071234 2. 1234BE07 3. 1234111407 4. 1234111407 reste = 1
BE43068999999501 1. BE43068999999501 2. 068999999501BE43 3. 068999999501111443 4. 068999999501111443 reste = 1
GB87 BARC 2065 8244 9716 55 1. GB87BARC20658244971655 2. BARC20658244971655GB87 3. 1110271220658244971655161187 4. 1110271220658244971655161187 reste = 1

### d. À toi de jouer

- Découvre le numéro IBAN de ces numéros de compte belges.

001-2704530-52 .....

363-0756125-50 .....

- Vérifie si ces IBAN sont corrects.

BE68 5390 0754 7034 .....

BE48 2353 1283 7253 .....

### 2) Sur les deux derniers chiffres

Le «check-digit» correspond au reste d'une division, et s'obtient en divisant les 10 premiers chiffres du numéro de compte par 97 (le nombre premier le plus élevé inférieur à 100).

- a) Calcule le nombre de contrôles (check digit) des comptes ci-dessous.

068 - 2402431 - ?? .....

001 - 2450402 - ?? .....

- b) Vérifie si les numéros suivants existent.

001 - 3714532 - 52 .....

370 - 4719932 - 12 .....

001 - 5639702 - 43 .....

5.



## TÂCHE DE COMPÉTENCE CIBLE

Il est temps de voir si tu es capable de résoudre la tâche cible du chapitre.

Pour partir en voyage scolaire, la classe de 2<sup>e</sup> désire réaliser des coffrets cadeaux pour la Noël avec des savons et des perles de bain. Sachant qu'ils ont pu avancer l'argent pour avoir 360 savons et 420 perles, qu'ils veulent que les coffrets soient tous identiques et que les savons et les perles de bain soient tous utilisés (afin d'éviter les pertes), réponds aux questions suivantes :



► **Combien de coffrets peuvent-ils réaliser au maximum ?**

.....

.....

.....

.....

► **Combien vont-ils vendre le coffret si un savon coûte 1,70 € et une perle de bain 0,40 € ? (Ils veulent le vendre à un bon prix pour que les gens l'achètent, mais ils souhaitent évidemment faire du bénéfice.)**

.....

.....

.....

.....



6.



# MATHÉMATIQUES SANS FRONTIÈRES

### 1. Kangourou des Mathématiques Europe 2011

Un certain mois, il y a eu 5 samedis, 5 dimanches, mais seulement 4 vendredis et 4 lundis.

Le mois qui suivait a donc eu...

- A 5 mercredis
- B 5 jeudis
- C 5 vendredis
- D 5 samedis
- E 5 dimanches

### 2. Kangourou des Mathématiques Europe 2011

Trois mardis d'un même mois sont tombés sur des jours pairs. Quel jour de la semaine est le 21 de ce mois ?

- A mercredi
- B jeudi
- C vendredi
- D samedi
- E dimanche

### 3. Olympiades Mathématiques Belges 2011

Un magazine était constitué d'un cahier de feuilles pliées en deux et agrafées le long du pli, mais les agrafes ont été arrachées et les feuilles se sont dispersées. Sur une face de l'une de celles-ci, on peut lire les numéros de page 34 à gauche et 67 à droite. Combien de pages comptait ce magazine ?

### 4. Olympiades Mathématiques Belges 2012

Sachant que 101, 103 et 107 sont premiers, quel est le nombre de diviseurs de  $101 \cdot 103 \cdot 107$  ?

### 5. Olympiades Mathématiques Belges 2012

Combien d'entiers compris entre 32 et 395 sont divisibles par 6 ?

- A 57
- B 58
- C 59
- D 60
- E 61

### 6. Olympiades Mathématiques Belges 2012

Quel est le plus grand nombre naturel inférieur à 1000 admettant exactement trois diviseurs naturels ?

### 7. Olympiades Mathématiques Belges 2012

La plus grande puissance de 2 divisant  $x$  est  $2^{14}$ ; la plus grande puissance de 2 divisant  $y$  est  $2^{16}$ . Quelle est la plus grande puissance de 2 divisant  $\text{PGCD}(x; y) \cdot \text{PPCM}(x; y)$  ?

- A  $2^0$
- B  $2^{14}$
- C  $2^{15}$
- D  $2^{16}$
- E  $2^{30}$

### 8. Olympiades Mathématiques Belges 2013

Un sablier permet de mesurer une durée de trois minutes.



Combien de fois faut-il le retourner pour mesurer 2013 minutes ?

(La mesure commence avec le sablier au repos, le sable en bas.)

- A 2014
- B 2013
- C 672
- D 671
- E 670

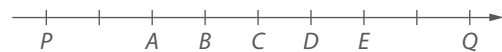
### 9. Olympiades Mathématiques Belges 2013

Le nombre  $2^2 \cdot 3 \cdot 5$  n'est pas divisible par :

- A 30
- B 15
- C 12
- D 9
- E 6

### 10. Olympiades Mathématiques Belges 2013

Sur la droite graduée ci-dessous, si à P correspond la graduation  $-\frac{1}{5}$  et à Q la graduation  $\frac{1}{3}$ , à quel point correspond la graduation 0 ?



7.



## JE PRÉPARE MON ÉVALUATION

1. Un fleuriste dispose de 126 roses blanches et 210 roses rouges. Il veut, en utilisant toutes ses fleurs, réaliser des bouquets pour la Saint-Valentin. Les bouquets doivent tous avoir le même nombre de roses de chaque couleur.

- a) Combien de bouquets le fleuriste pourra-t-il réaliser au maximum ? .....
- b) Quelle sera la composition de chacun d'eux ? .....
- c) Quel sera le prix d'un bouquet si la rose blanche coûte 0,9 € et la rose rouge coûte 1,20 € ?  
.....

2. Baptiste va à la salle de sport tous les 8 jours et Maxence s'y rend tous les 14 jours. Aujourd'hui, dimanche, ils s'y sont rencontrés.

- a) Après combien de jours s'y reverront-ils ? .....
- b) Sur quel jour de la semaine cela tombera-t-il ?  
.....



3. Ordonne les nombres ci-dessous en les classant du plus petit au plus grand.

$$\frac{3}{4}; -6; 0,7; -\frac{4}{3}$$

.....

4. Donne une approximation à l'unité près de  $\frac{13}{4}$ . Ensuite, encadre  $\frac{13}{4}$ .

.....

5. Écris les fractions suivantes sous leur forme irréductible.

$$\frac{-105}{35} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{-54}{-81} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{-45}{81} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{-24}{-72} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{-48}{24} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{21}{12} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{30 + 25}{-65 + 5} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{8 \cdot 4}{-56} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{-54 - 27}{-27} = \dots\dots\dots$$

6. Les nombres 13 et 26 sont-ils premiers ? Premiers entre eux ? Pourquoi ? Justifie correctement.

.....

.....

.....

7. Que vaut le PGCD et le PPCM des nombres suivants ? Explique clairement la méthode utilisée.

- 25 et 14 .....
- 25 et 75 .....
- 26 et 48 .....

8. Gradue cette droite (1 unité pour 3 cm) et places-y les points suivants :

$$A = \frac{-5}{3}; B = \frac{7}{6}; C = -\frac{4}{6}; D = -\frac{13}{6} \text{ et } E = \frac{-8}{3}$$



9. Si 8 est le diviseur et 59 le dividende, que valent le quotient et le reste ? Y a-t-il plusieurs solutions ?

.....

10. Quels sont les dividendes possibles si le diviseur vaut 8 et le quotient 10 ?

.....

11. Complète par <, > ou =.

a)  $0,7$  .....  $\frac{3}{4}$

c)  $\frac{14-5}{7}$  .....  $\frac{3}{4}$

e)  $\frac{4}{3}$  .....  $\frac{3}{4}$

b)  $\frac{-3}{7}$  .....  $\frac{-5}{4}$

d)  $-14$  .....  $0,04$

f)  $\frac{2}{3}$  .....  $\frac{12}{4}$

12. Écris ce que représente le nombre  $n$ .

a) Si  $\frac{3}{n} = 3$  alors  $n =$  .....

d) Si  $\frac{3}{n+1}$  n'existe pas alors  $n =$  .....

b) Si  $\frac{27}{n} = 9$  alors  $n =$  .....

e) Si  $\frac{n+3}{5} = 1$  alors  $n =$  .....

c) Si  $\frac{n}{5} = 0$  alors  $n =$  .....

f) Si  $\frac{n-3}{5} = 0$  alors  $n =$  .....

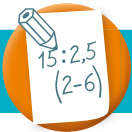
13. Encadre les fractions suivantes à l'unité près sans t'aider de la calculatrice.

a) .....  $< \frac{45}{8} <$  .....

c) .....  $< \frac{-67}{9} <$  .....

b) .....  $< \frac{12}{17} <$  .....

d) .....  $< \frac{23}{-12} <$  .....



## EXERCICES SUPPLÉMENTAIRES

### Module 1 : Partager et multiplier

#### 1) PPCM et PGCD

##### 1. Trouve les diviseurs ou les multiples de...

- a) div 30 = .....
- b) div 17 = .....
- c) div 100 = .....
- d) div 8 = .....
- e) div 48 = .....
- f) div 0 = .....

g)  $5\mathbb{N} = \dots\dots\dots$   
 h)  $6\mathbb{N} = \dots\dots\dots$

**2. Complète les phrases suivantes par les expressions suivantes :**

« ... est diviseur de... » - « ... divise... » - « ... est divisible par... » - « ... est un multiple de... »

- a) 8 ..... 4.                      e) 4 ..... 4.  
 b) 16 ..... 8.                      f) 2 ..... 1.  
 c) 8 ..... 16.                      g) 1 ..... 0.  
 d) 2 ..... 48.                      h) 0 ..... 6.

**3. Complète le tableau suivant.**

	<i>a</i>	<i>b</i>	PGCD de <i>a</i> et <i>b</i>	PPCM de <i>a</i> et <i>b</i>	Justification PGCD	Justification PPCM
a)	18	24				
b)	80	120				
c)	27	9				
d)	140	28				
e)	24	35				
f)	28	20				
g)	120	240				
h)	20	70				
i)	630	475				
j)	4	25				

**4. Pour la fête des mères, Enzo désire fabriquer un collier de perles pour sa maman avec 10 perles blanches, 8 perles bleues et 6 perles brunes. Chaque paquet contient 10 perles d'une seule couleur. Il désire réaliser d'autres colliers en utilisant toutes les perles.**

- a) Combien de colliers peut-il fabriquer au minimum si il utilise toutes les perles de chaque sachet? .....  
 b) Combien de sachets de chaque couleur doit-il acheter ? .....  
 c) Réponds aux mêmes questions si les sachets contiennent 12 perles de même couleur.  
 .....

**5. Que vaut le PPCM de :**

- a) *x* et *y* si  $x = 2^3 \cdot 3^2$  et  $y = 2^3 \cdot 3^3$  .....  
 b) *x* et *y* si  $x = 2 \cdot 3^3 \cdot 5$  et  $y = 5^2$  .....  
 c) *x*, *y* et *z* si  $x = 2 \cdot 3^3 \cdot 5^2$ ;  $y = 2 \cdot 3 \cdot 5$  et  $z = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$  .....  
 d) *x*, *y* et *z* si  $x = 5^2$ ;  $y = 3^2$  et  $z = 2^3$  .....  
 e) *x*, *y* et *z* si  $x = 11^2$ ;  $y = 5 \cdot 11$  et  $z = 5^2$  .....

**6. Que vaut le PGCD de :**

- a)  $x$  et  $y$  si  $x = 2^3 \cdot 3^2$  et  $y = 2^3 \cdot 3^3$  .....
- b)  $x$  et  $y$  si  $x = 2 \cdot 3^3 \cdot 5$  et  $y = 5^2$  .....
- c)  $x, y$  et  $z$  si  $x = 2 \cdot 3^3 \cdot 5^2$ ;  $y = 2 \cdot 3 \cdot 5$  et  $z = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$  .....
- d)  $x, y$  et  $z$  si  $x = 5^2$ ;  $y = 3^2$  et  $z = 2^3$  .....
- e)  $x, y$  et  $z$  si  $x = 11^2$ ;  $y = 5 \cdot 11$  et  $z = 5^2$  .....

**7. Les décompositions en facteurs premiers ci-dessous sont fausses. Peux-tu les corriger ?**

- $a = 2^3 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5$                        $a =$  .....
- $b = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 9$                        $b =$  .....
- $c = 2 \cdot 3^2 \cdot 8 \cdot 7$                        $c =$  .....
- $d = 2^2 \cdot 3 \cdot 15$                           $d =$  .....
- $e = 3^3 \cdot 5^2 \cdot 12$                        $e =$  .....

**a) Que vaut le PGCD de :**

- $a$  et  $b$  ? .....
- $c$  et  $e$  ? .....
- $a$  et  $d$  ? .....

**b) Que vaut le PPCM de :**

- $a$  et  $e$  ? .....
- $b$  et  $d$  ? .....
- $c$  et  $d$  ? .....

**8. Avec des rectangles de 42 mm sur 60 mm, tu veux former un carré. Ce carré doit être le plus petit possible et tu ne peux pas découper dans les rectangles.**

- a) Quelle est la taille de ce carré ? .....
- b) Combien de rectangles dois-tu utiliser ? .....

**9. Trois bus de la ville effectuent leur trajet en un temps fixe.**

Le bus 1 parcourt son trajet en 15 minutes, le bus 2 réalise son trajet en 12 minutes tandis que le bus 3 le fait en 20 minutes.

Les trois bus commencent leur parcours à 7 heures devant la gare.

- a) Après combien de temps les trois bus repartiront-ils en même temps de la gare et à quelle heure ?  
.....
- b) Combien de tours chaque bus aura-t-il déjà faits à ce moment ?  
.....

**10. Alice et Noah ramassent dans la ferme de leur grand-père entre 150 et 200 œufs.**

Alice voudrait les placer dans des boîtes par 12, et il lui en resterait 8.  
 Noah voudrait, lui, les placer dans des boîtes par 10, et il lui en resterait le même nombre qu'Alice.  
 La boîte vide de 12 œufs coûte 0,12 € tandis que la boîte de 10 œufs coûte 0,10 €.



- a) Combien d'œufs ont-ils ramassés ? .....
- b) Vont-ils emballer les œufs par 10 ou par 12 pour que cela coûte le moins cher possible ?  
 .....

**11. Deux robinets coulent goutte à goutte dans la salle de bain de Kali. Le robinet de la baignoire laisse tomber une goutte toutes les 12 secondes tandis que celui du lavabo laisse tomber une goutte toutes les 15 secondes.**

**Kali remarque que les robinets viennent de laisser tomber une goutte en même temps.**

Combien de temps Kali devra-t-elle attendre pour revoir deux gouttes tomber en même temps ?  
 .....



**12. Marie a pris des photos de ses cousins et voudrait réaliser une affiche carrée pour la mettre dans sa chambre. Les photos sont au format 10/15.**

**Quel est le format de la plus petite affiche qu'elle pourra réaliser ? Et si elle en veut une plus grande ?**  
 .....



**13. Pour signaler le fait que leurs batteries sont presque à plat, chaque Smartphone sonne. L'un sonne toutes les 12 minutes, l'autre toutes les 18 minutes et le dernier toutes les 24 minutes. À midi, ces trois téléphones sonnent en même temps, signalant à leurs propriétaires respectifs qu'il ne reste que 7 heures de batterie.**

- a) Dans combien de temps sonneront-ils de nouveau ensemble ?  
 .....
- b) Quelle heure sera-t-il ? .....
- c) Ensuite, combien de fois sonneront-ils encore en même temps avant qu'ils ne s'éteignent ?  
 .....

**14. Un banquier compte les billets de son coffre par 6, 8 ou 9 et obtient toujours des paquets complets. Quel est le plus petit nombre de billets contenus dans son coffre ?**  
 .....  
 .....  
 .....





## 2) Division euclidienne

### 1. Calculs sur le temps.

- a) 2 h 10 min 35 s = ..... f) 21 548 s = .....
- b) 3 h 25 min 47 s = ..... g) 562 345 s = .....
- c) 12 h 37 min 36 s = ..... h) 254 135 s = .....
- d) 10 h 28 min 37 s = ..... i) 1562 s = .....
- e) 13 h 53 min 53 s = ..... j) 896 521 s = .....

### 2. Quel est le nombre de trois chiffres divisible par 2 et 9 dont le reste de la division par 25 est 4 ?

.....

### 3. Complète le tableau.

	Dividende	Diviseur	Quotient	Reste	Vérification : $D = d \cdot q + r$
a)	256	25			
b)		26	5	3	
c)	312		65		
d)		26			
e)	145		9		

## Module 2 : Classer, situer, ordonner

### 1. Range dans l'ordre décroissant les nombres suivants.

- a) -78 ; 56 ; 14 ; -368 ; -91 ; 329  
.....
- b) -20,3 ; 15,76 ; -9,62 ; -5,6 ; 3,8 ; 16,22 ; -9,4  
.....

### 2. Range par ordre croissant.

- a) 0,123 ; 0,23 ; 0,012 ; 0,103 ▶ .....  
 b) -0,23 ; -0,4 ; -2,23 ; -223 ▶ .....  
 c) 5,7 ; 5,07 ; 5,0005 ; 5,01 ▶ .....

### 3. Complète par <, > ou =.

- a) 4,7 ..... 4,07      e) 0,23 ..... 0,230      i) 02,2 ..... 2,2      m) -3 ..... -5
- b) -2 ..... -1      f) 200,3 ..... 201      j) 163,569 ..... 162,568      n) 0,18 ..... 0,108
- c) 170,08 ..... 16,070      g) -4 ..... 0      k) 0 ..... -9      o) 8 ..... 8,000
- d)  $\frac{2}{3}$  .....  $\frac{12}{3}$       h)  $\frac{2}{3}$  .....  $\frac{1}{3}$       l)  $\frac{2}{3}$  .....  $\frac{3}{2}$       p)  $\frac{12}{3}$  ..... 4

**4. Encadre par deux entiers consécutifs.**

- a) .....  $< \frac{7}{6} < \dots\dots\dots$       c) .....  $< \frac{8}{5} < \dots\dots\dots$       e) .....  $< \frac{-6}{7} < \dots\dots\dots$   
 b) .....  $< \frac{-2}{3} < \dots\dots\dots$       d) .....  $< \frac{8}{15} < \dots\dots\dots$       f) .....  $< \frac{-18}{5} < \dots\dots\dots$

**5. Donne une approximation à l'unité.**

- a)  $\frac{7}{6}$  .....      c)  $\frac{8}{5}$  .....      e)  $\frac{-6}{7}$  .....  
 b)  $\frac{-2}{3}$  .....      d)  $\frac{8}{15}$  .....      f)  $\frac{-18}{5}$  .....

**6. Calcule.**

- a)  $54 : 6 = \dots\dots\dots$       c)  $56 : (-8) = \dots\dots\dots$       e)  $-45 : (-9) = \dots\dots\dots$       g)  $-(-32) : (-4) = \dots\dots\dots$   
 b)  $-49 : 7 = \dots\dots\dots$       d)  $-72 : (-12) = \dots\dots\dots$       f)  $-(-63) : 7 = \dots\dots\dots$       h)  $(+81) : 9 = \dots\dots\dots$

**7. Place les fractions  $\frac{1}{6}; \frac{-2}{3}; \frac{5}{6}; \frac{-1}{2}; \frac{9}{6}$  et  $\frac{-7}{6}$  sur une droite graduée.**



**8. Place sur une droite graduée :  $1; \frac{1}{2}; 0,75; \frac{5}{2}$ .**



**9. Complète par  $<$ ,  $>$  ou  $=$ .**

- $\frac{2}{5}$  .....  $\frac{3}{5}$        $\frac{6}{7}$  .....  $\frac{6}{5}$        $\frac{-5}{6}$  .....  $\frac{-7}{6}$        $\frac{-34}{51}$  .....  $\frac{-7}{10}$   
 $\frac{-63}{96}$  .....  $\frac{46}{68}$        $\frac{-5}{6}$  .....  $\frac{-5}{7}$        $\frac{3}{4}$  .....  $\frac{2}{5}$        $\frac{7}{13}$  .....  $\frac{63}{97}$

**10. Complète les fractions suivantes pour satisfaire à l'égalité.**

- a)  $\frac{2}{3} = \frac{\dots\dots\dots}{18} = \frac{62}{\dots\dots\dots}$       b)  $4 = \frac{\dots\dots\dots}{5} = \frac{16}{\dots\dots\dots}$       c)  $\frac{9}{7} = \frac{81}{\dots\dots\dots} = \frac{\dots\dots\dots}{91}$

**11. Simplifie au maximum les fractions suivantes.**

- a)  $\frac{10}{38} = \dots\dots\dots$       e)  $\frac{12}{39} = \dots\dots\dots$   
 b)  $\frac{25}{55} = \dots\dots\dots$       f)  $\frac{10}{100} = \dots\dots\dots$   
 c)  $\frac{14}{91} = \dots\dots\dots$       g)  $\frac{108}{81} = \dots\dots\dots$   
 d)  $\frac{-400}{80} = \dots\dots\dots$       h)  $\frac{1200}{300} = \dots\dots\dots$



12. Classe les fractions suivantes par ordre décroissant.

$$\frac{14}{-17}; \frac{-17}{13}; \frac{14}{18}; \frac{-18}{18}; \frac{13}{-18}; \frac{17}{14}$$

.....

13. Chasse l'intrus dans les séries suivantes.

a)  $\frac{6}{8}; \frac{18}{28}; \frac{18}{24}; \frac{15}{20}; \frac{9}{12}$  .....

b)  $\frac{21}{15}; \frac{35}{25}; \frac{28}{20}; \frac{153}{95}; \frac{98}{70}$  .....

14. Entre quels entiers consécutifs la fraction  $\frac{-17}{12}$  est-elle comprise ?

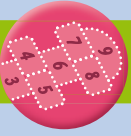
.....

Trace une droite graduée et repères-y les valeurs approchées par défaut et par excès de cette fraction au dixième près.

15. Complète le tableau.

	Nombre	Arrondi à l'unité	Encadrement par deux entiers consécutifs	Encadrement à 0,01 près	Arrondi au dixième
a)	87,841				
b)	6,436				
c)	-20,588				
d)	229,086				
e)	0,904				
f)	-38,143				
g)	-0,49				
h)	$\pi$				

1.



## PARCOURS D'APPRENTISSAGE



## Ensuite, je poursuivrai...

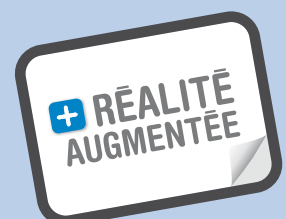
La méthode des deux lieux et les problèmes de position auront une influence importante dans le futur. Ainsi, un système de deux équations du premier degré pourra être vu comme étant l'intersection de deux lieux géométriques. Les différentes coniques seront également élaborées au départ des lieux géométriques.

## Maintenant, je vais apprendre à ...

- Reconnaître la médiatrice comme lieu des points équidistants des extrémités d'un segment ou de deux points donnés.
- Déterminer la distance entre deux droites parallèles.
- Déterminer la distance d'un point à une droite.
- Reconnaître la bissectrice d'un angle comme lieu des points équidistants des côtés de cet angle ou de leurs prolongements.
- Reconnaître les bissectrices de deux droites sécantes comme lieu des points équidistants de ces droites.
- Déterminer le centre et le rayon du cercle circonscrit à un triangle et du cercle inscrit à un triangle.
- Déterminer la position d'une droite par rapport à un cercle en fonction de la distance du centre du cercle à la droite et réciproquement.
- Déterminer la propriété du diamètre perpendiculaire à une corde.
- Déterminer la propriété des tangentes à un cercle issues d'un point extérieur à ce cercle.
- Connaissant la position relative de deux cercles, déterminer la relation entre la distance des centres et les rayons.
- Comparer la distance des centres et les rayons pour déterminer la position relative des deux cercles.
- Déterminer si trois segments dont on connaît la longueur peuvent être les trois côtés d'un triangle.
- Connaissant la longueur de deux côtés d'un triangle, définir l'encadrement du troisième côté.
- Construire une figure correspondant à des conditions données.
- Déterminer les propriétés des triangles particuliers.
- Déterminer les différentes manières de justifier qu'un triangle est isocèle ou équilatéral.

## Je mobilise ce que je sais déjà...

Les médiatrices et bissectrices ont été construites aux instruments et étudiées comme étant des droites permettant de couper en deux un segment ou un angle. La distance a été abordée comme longueur d'un segment. Le cercle est considéré comme un ensemble de points possédant une caractéristique liée à son centre.

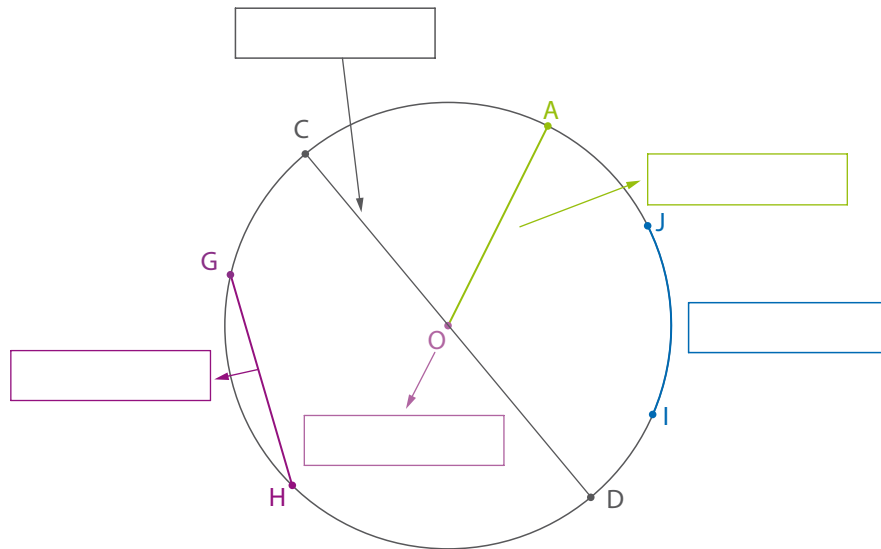


## Je me souviens...

1. Trace tous les points situés à 3 cm de A. Où se trouvent-ils ?

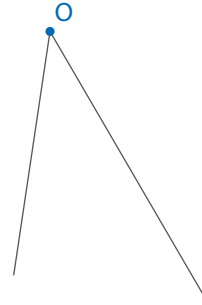
A

2. Complète l'illustration avec les termes adéquats.

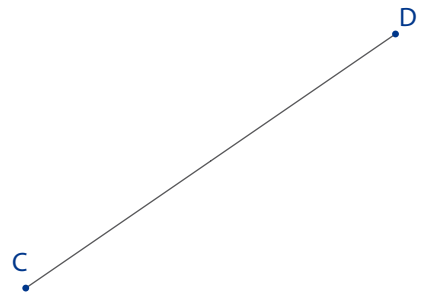
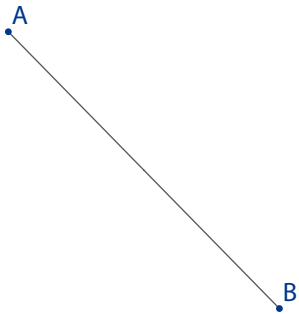


### 3. Rappelle-toi les définitions suivantes.

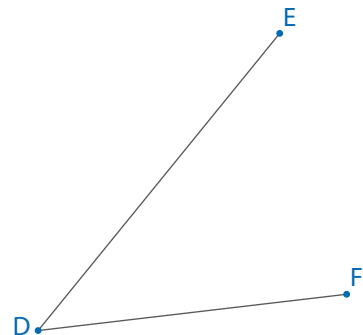
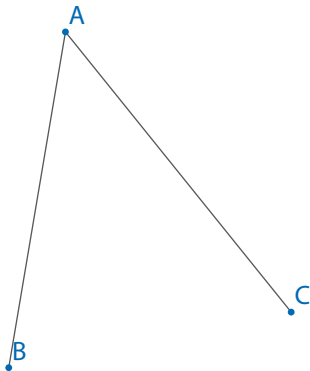
- Cercle : .....
- Médiatrice : 1. ....  
2. ....
- Bissectrice : 1. ....  
2. ....  
.....



### 4. Trace au compas la médiatrice des segments dessinés.



### 5. Trace au compas la bissectrice des angles dessinés.



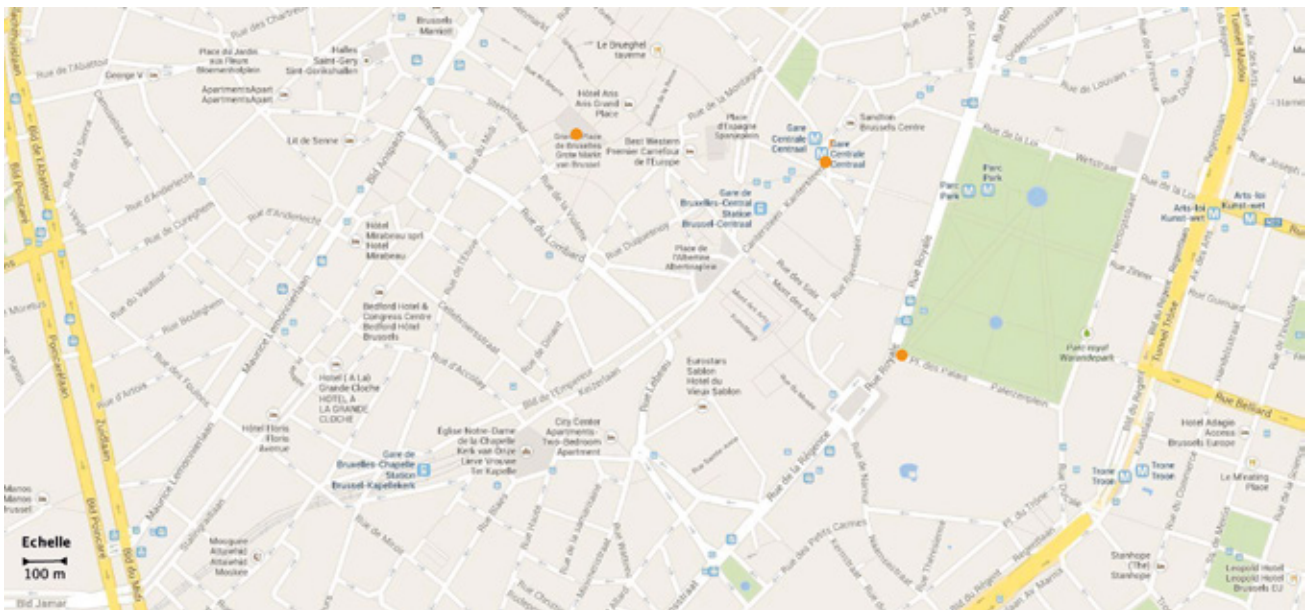
6. Construis aux instruments un triangle ABC si  $|AB| = 7 \text{ cm}$  ;  $|BC| = 6 \text{ cm}$  et  $|AC| = 5 \text{ cm}$ .

## La méthode des deux lieux

**Bruxelles – 21 juillet 2013. L'équipe du célèbre détective Mathador reçoit des informations capitales pour capturer l'infâme Détestator.**

« Le cellulaire de Détestator a été localisé à 600 m de la Grand-Place ; à 800 m du carrefour de la rue Royale et de la Place des Palais et à 800 m de la Gare Centrale. »

**Pourrais-tu intégrer l'équipe de Mathador en localisant Détestator ?**



La méthode utilisée pour retrouver Détestator est appelée « méthode des deux lieux géométriques ». Elle est souvent utilisée en géométrie pour retrouver des points particuliers.



Utilisons cette technique et nos connaissances pour en découvrir de nouvelles.

# MODULE 1 : RETROUVER DES POINTS SITUÉS À ÉGALE DISTANCE DE ...


## 1. Des points à égale distance de deux points

### ? ACTIVITÉS DE QUESTIONNEMENT

1. Marc et Sophie habitent à égale distance de la maison de leur grand-mère.  
Peux-tu situer la maison de celle-ci sur la carte ?

 	<p>Intuitivement, où places-tu la maison de la grand-mère ?</p> <p>.....</p> <p>Cette solution est-elle unique ? Justifie ta réponse.</p> <p>.....</p> <p>.....</p>
---	---

2. Voici un segment  $[AB]$ . Trouve 5 points différents situés à égale distance des extrémités A et B.

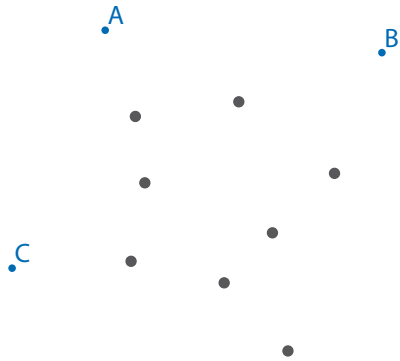
	<p>Relie les points obtenus. Que peux-tu observer ?</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>
---	---





EXERCICES D'APPLICATION

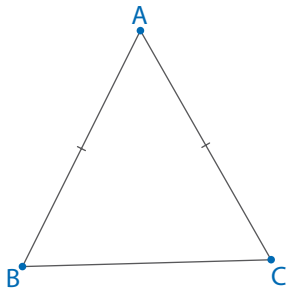
1. Retrouve la position des points D, E, F, G et H si tu sais que :



- ▶ D est à égale distance de A et B, mais plus proche de A que de C.
- ▶ E est plus proche de B que de A et de C.
- ▶ F est plus proche de C que de A mais plus éloigné de A que de B.
- ▶ G est à égale distance de A et de C mais plus proche de A que de B.
- ▶ H est à égale distance de A et de C mais plus éloigné de A que de B.

2. « Dans le triangle isocèle ABC ( $|AC| = |AB|$ ), la hauteur issue de A est également la médiatrice et la médiane relative à [BC]. »

Illustre et justifie cette propriété.



Justification

.....

.....

.....

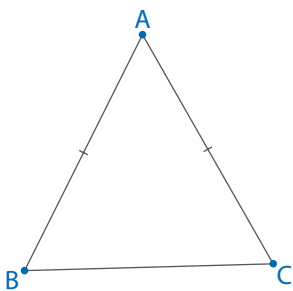
.....

.....

.....

3. « Dans le triangle isocèle ABC ( $|AC| = |AB|$ ), la hauteur issue de A est également la bissectrice de  $\hat{A}$ . »

Illustre et justifie cette propriété.



Justification

.....

.....

.....

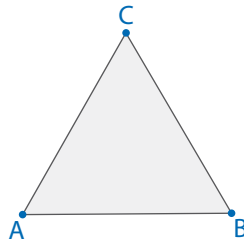
.....

.....

.....



4. En utilisant les résultats des exercices 2 et 3, que peux-tu affirmer au sujet des hauteurs, médiatrices, bissectrices et médianes dans un triangle équilatéral ? Illustre ta réponse.

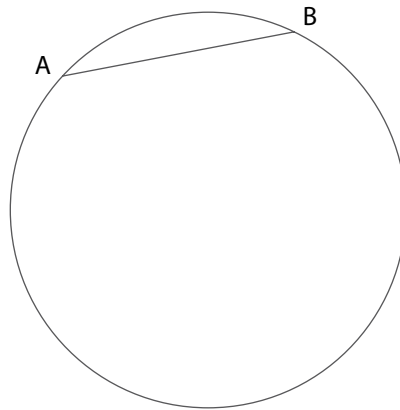


Dans un triangle équilatéral, .....

.....

.....

5. Colorie en vert la partie du disque située plus près de A que de B.



6. Soit un rectangle ABCD, colorie en rouge les points situés à la même distance de A et de B, en vert ceux qui sont plus près de D que de C et en bleu ceux qui sont plus près de B que des autres lettres.



## 2. Des points à égale distance de trois points

### ? ACTIVITÉS DE QUESTIONNEMENT

Marc, Sophie et leur grand-mère habitent à égale distance de la maison de monsieur Mansur.  
Mais où habite-t-il ?



Marc



Sophie



Grand-mère

.....

.....

.....



### FAISONS LE POINT



Quelle est la propriété relative aux médiatrices dans un triangle ?

.....

.....

Comment retrouver le centre d'un cercle ?

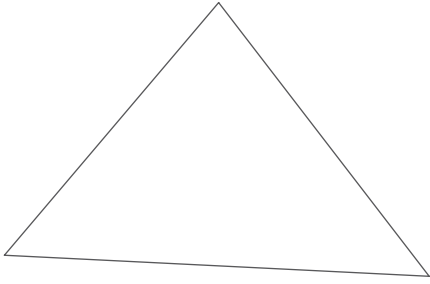
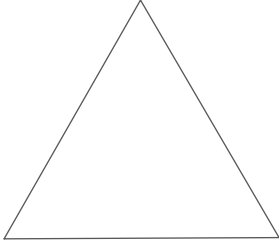
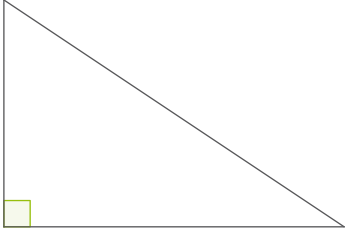
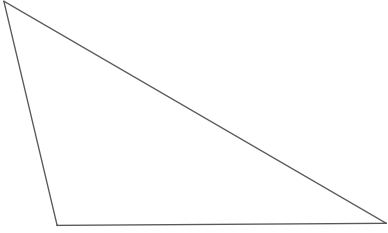
.....

.....

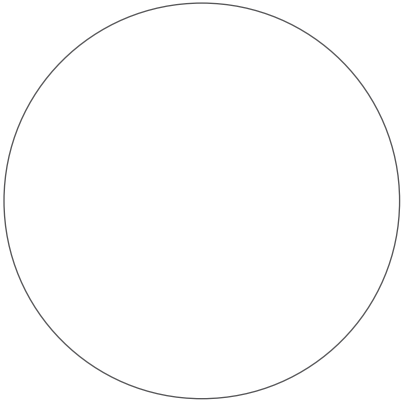
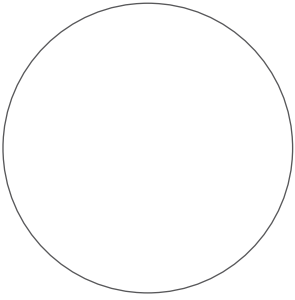


EXERCICES D'APPLICATION

1. Retrouve le centre et le cercle circonscrit de chaque triangle.

2. Détermine le centre du cercle.

	
---	---

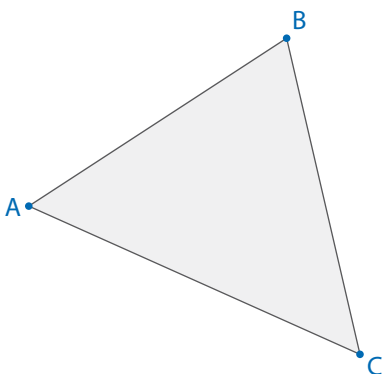
Les 2 cordes utilisées pour tracer les médiatrices ne doivent pas nécessairement se toucher

3. On donne deux points A et B ainsi que le centre O du cercle circonscrit au triangle ABC.



<p>a) Retrouve le point C si tu sais que ABC est un triangle rectangle en A.</p> 	<p>b) Retrouve le point C si tu sais que ABC est un triangle isocèle (<math> AB  =  AC </math>).</p> 
<p>c) Retrouve le point C si tu sais que ABC est un triangle isocèle (<math> BC  =  AC </math>).</p> 	<p>d) Retrouve le point C si tu sais que ABC est un triangle isocèle (<math> AB  =  BC </math>).</p> 

4. Prouvons que les trois médiatrices d'un triangle ABC ont toujours une unique intersection commune.



**On connaît**

- ABC un triangle quelconque ;
- $m_1$  : médiatrice de [AB] ;
- $m_2$  : médiatrice de [AC] ;
- $m_3$  : médiatrice de [BC].

**On veut prouver**

Les trois médiatrices sont concourantes.

**On prouve**

Soit O l'intersection de  $m_1$  et  $m_2$ .

On veut prouver que .....

Comme , on sait que .....

.....

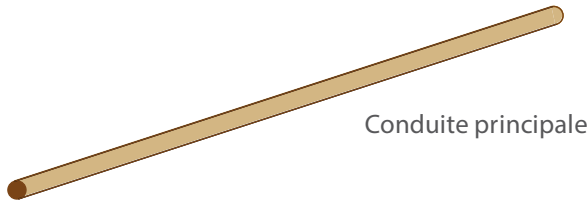
Des deux égalités, on déduit que ....., c'est-à-dire que .....

.....

# 3. Des points à égale distance d'une droite

## ? ACTIVITÉS DE QUESTIONNEMENT

Un jeune couple décide de faire construire sa maison. Comment l'entrepreneur devra-t-il mesurer la distance qui sépare la maison à la conduite principale d'égout ? Il est nécessaire que cette distance soit la plus petite possible afin de minimiser les coûts de construction.



Conduite principale



## ▶ FAISONS LE POINT

Comment définit-on la distance entre un point et une droite ?

.....

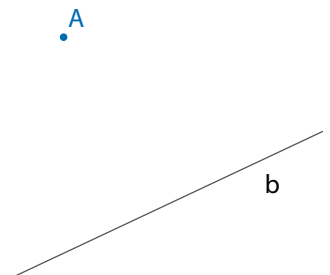
.....

.....

.....

.....

.....

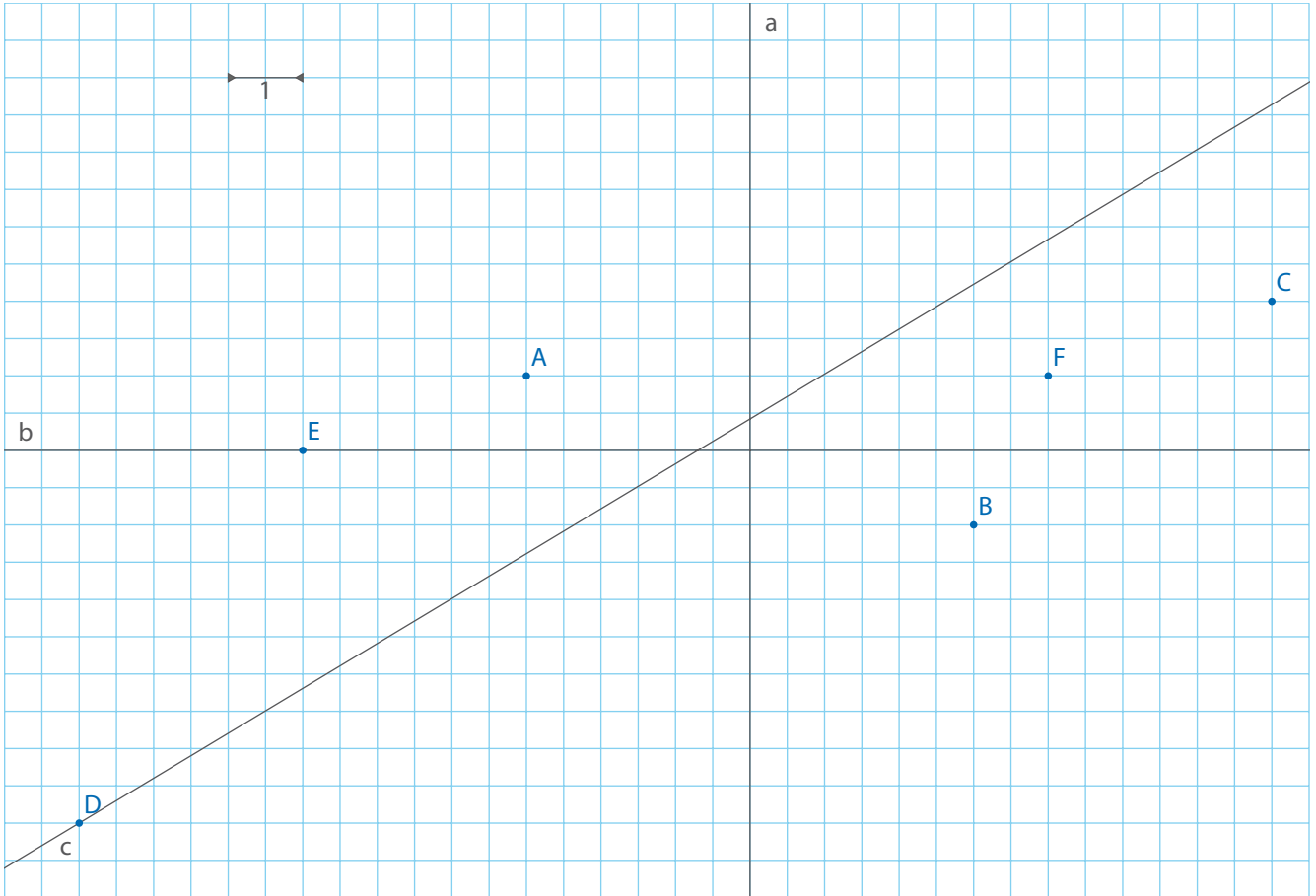




EXERCICES D'APPLICATION

1. Détermine la distance entre le point et les droites.

Distance entre la droite et le point						
	A	B	C	D	E	F
a						
b						
c						



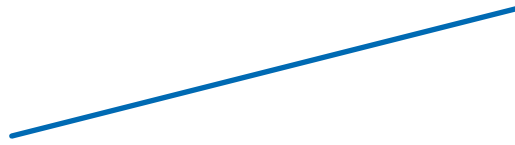
2. Afin d'éviter tout risque d'inondation, une commune a décidé d'interdire toutes les constructions à moins de 50 m de la rivière qui traverse la commune. Localise la zone d'interdiction sur la carte.



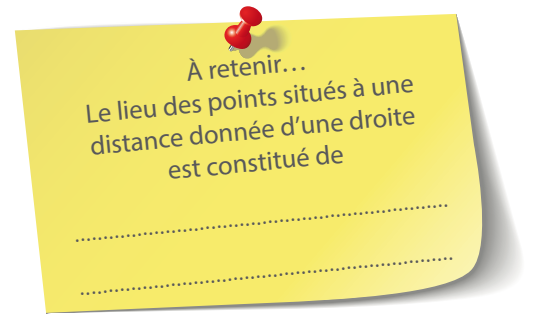
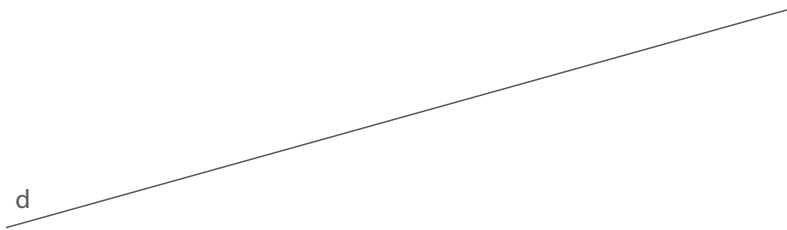
50 m

Et si la rivière était une droite, ce serait plus simple... Que suffirait-il de tracer ?

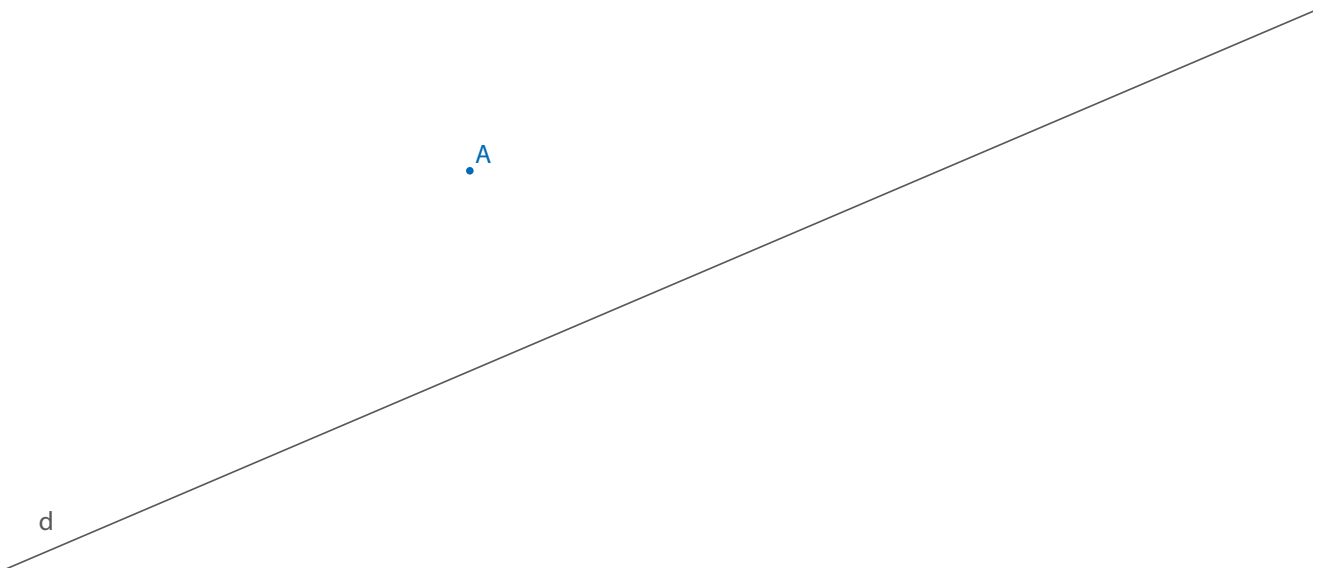
Échelle: 1 cm = 50 m



3. Où sont tous les points situés à 2 cm de la droite d ?

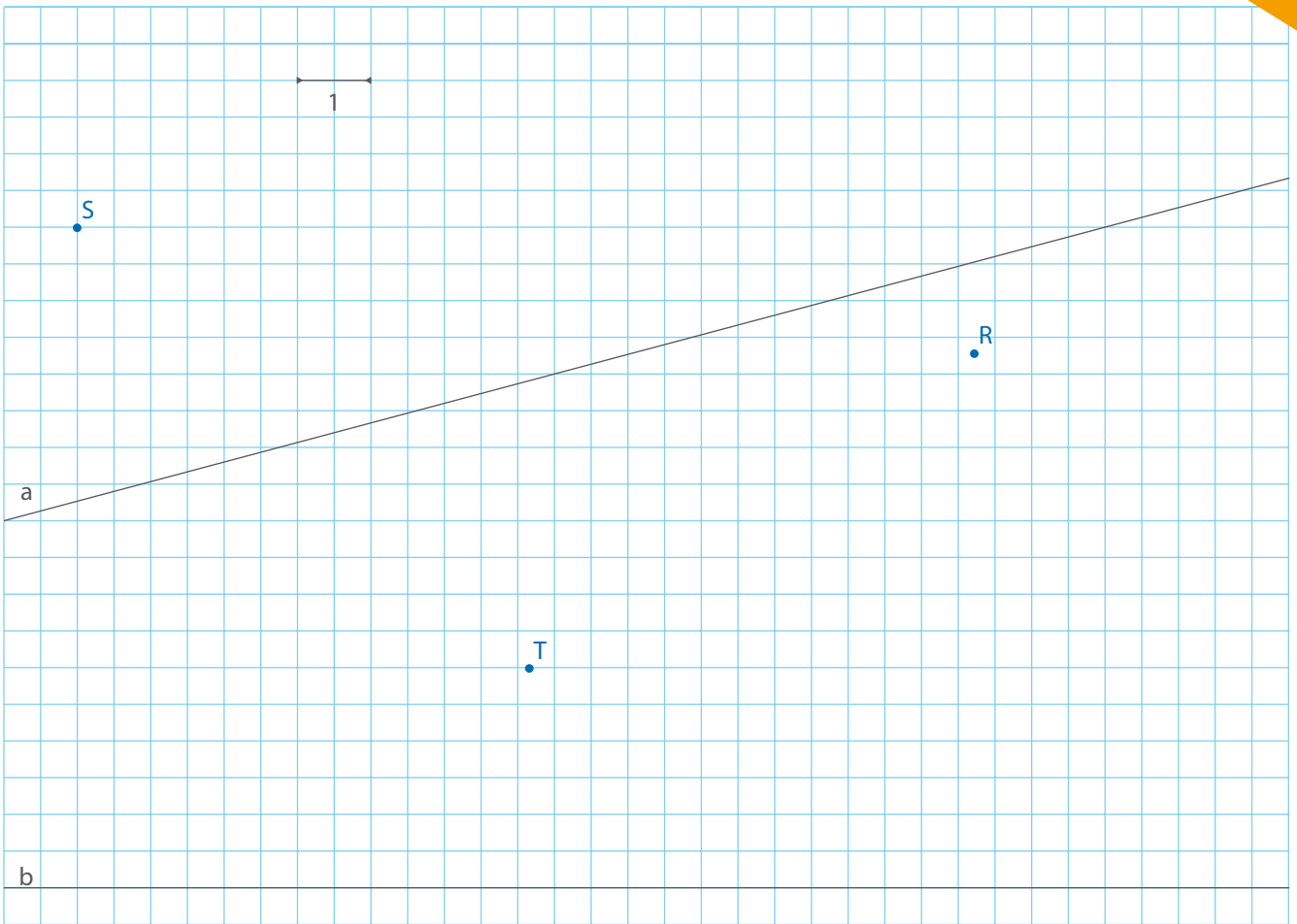


4. Combien de points sont situés à 3 cm de la droite d et à 5 cm du point A ?



5. Place les points en respectant les conditions données. Indique toutes les solutions possibles.

A si $d(A, a) = 3$ et $d(A, b) = 4$	E si $d(E, b) = 0$ et $ ET  = 3$
B si $d(B, a) = 2$ et $ BS  = 2$	F si $d(a, F) = 3$ et $ RF  = 4$
C si $d(C, a) = 2$ et $ RC  = 4$	G si $d(G, a) = d(G, b) =  TG  = 3$
D si $d(D, b) = 4$ et $ RD  = 4$	H si $d(H, a) = 2$ et $d(H, b) = 3$

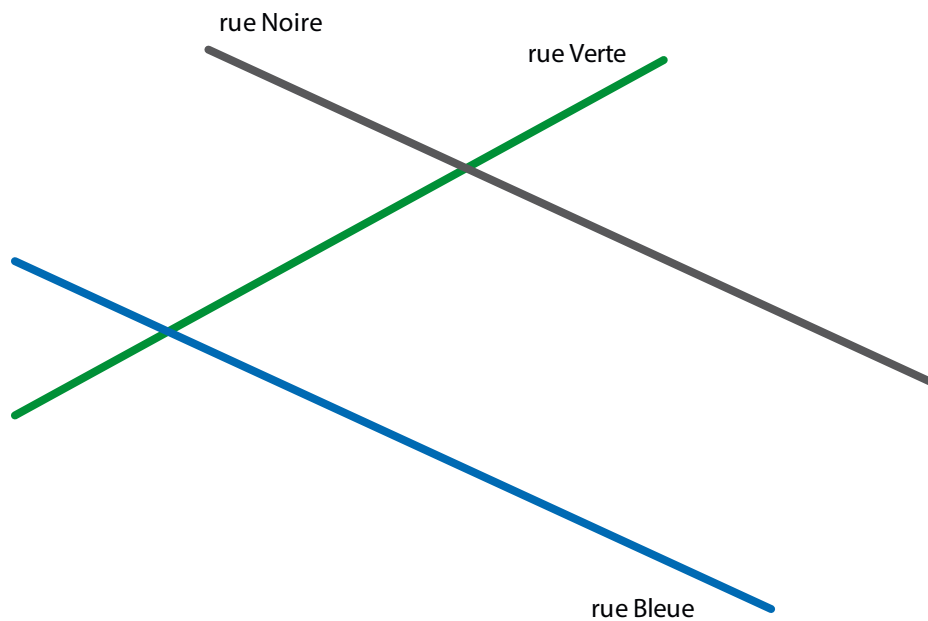




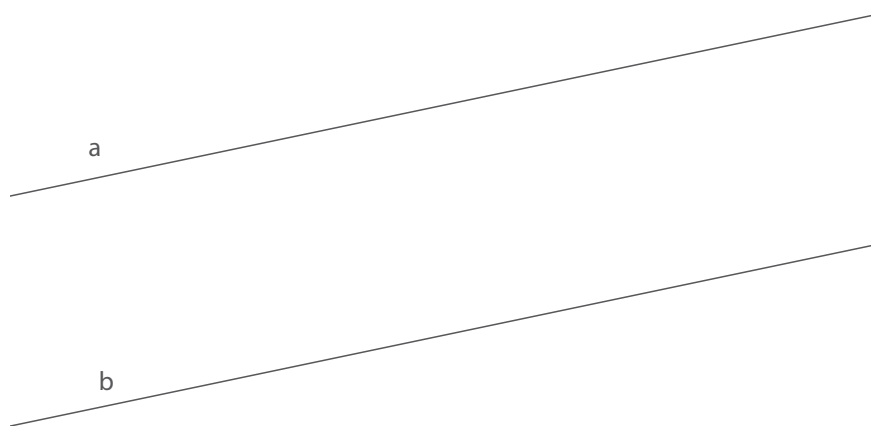
## 4. Des points à égale distance de deux droites

### ? ACTIVITÉS DE QUESTIONNEMENT

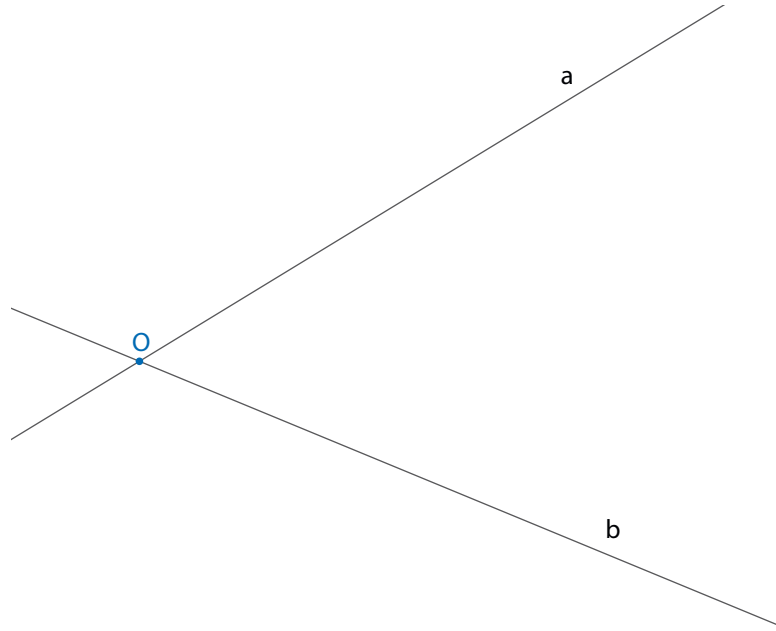
1. Pierre habite rue Verte à égale distance des rues Noire et Bleue. Yannis habite rue Noire à égale distance des rues Verte et Bleue. Peux-tu retrouver leur maison ?



2. On donne deux droites parallèles a et b. Quel est le lieu des points situés à égale distance des deux droites ?



3. On te donne deux droites  $a$  et  $b$  sécantes en  $O$ . Place un point  $A$  tel que  $d(A, a) = d(A, b)$ . Que peux-tu observer au sujet de la droite  $OA$  vis-à-vis de l'angle formé par les droites  $a$  et  $b$  ?



.....  
 Grâce à ce résultat, on peut affirmer que :  
 .....  
 .....



FAISONS LE POINT



Quel est le lieu des points équidistants à deux droites parallèles ?

.....

Quel est le lieu des points équidistants à deux droites sécantes ?

.....

On vient de découvrir une nouvelle définition de la bissectrice. Reprenons-les toutes.

Bissectrice d'un angle

1. ....

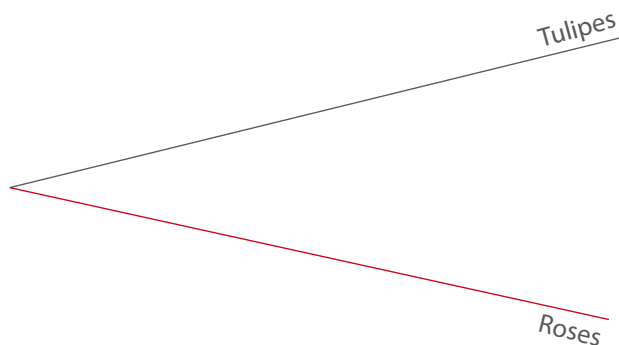
2. ....

3. ....

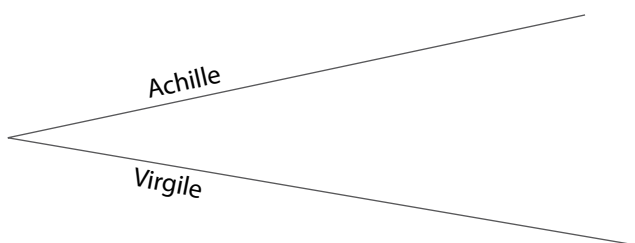


## EXERCICES D'APPLICATION

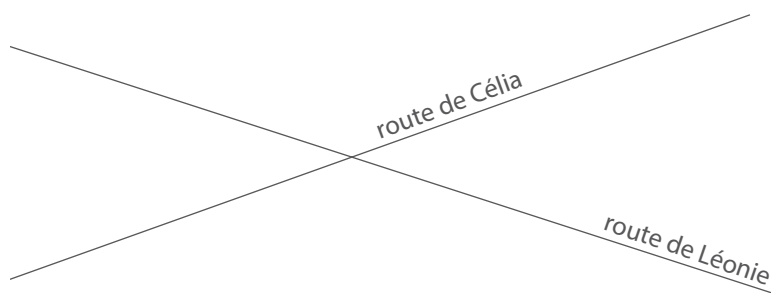
1. Camille aime beaucoup la Belgique. Elle a planté une allée de tulipes noires et une allée de roses rouges. Où pourrait-elle planter ses tournesols si elle veut qu'ils soient à la même distance de ses lignes de roses et de tulipes ?



2. Achille et Virgile se disputent et décident de partir chacun sur un chemin différent. Maxence ne veut pas prendre parti et décide de prendre le chemin situé à la même distance des chemins empruntés par Achille et Virgile. Où est ce chemin ?



3. Célia et Léonie construisent deux grandes routes avec leurs blocs de construction. Les routes terminées, Léonie place ses jouets... mais attention, elle veut absolument que ceux-ci soient plus près de sa route que celle de Célia. Où peut-elle les placer ?

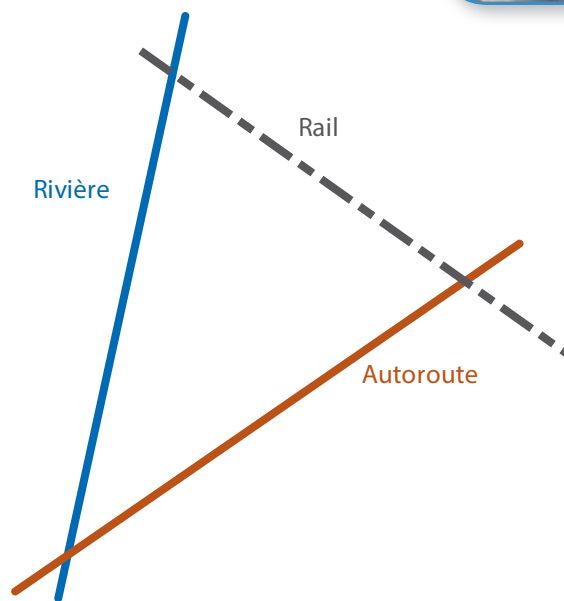


4. Trace deux droites sécantes a et b.  
Colorie les points situés plus près de a que de b.

## 5. Des points à égale distance de trois droites

### ? ACTIVITÉS DE QUESTIONNEMENT

Un nouveau centre logistique doit être construit. Afin de réduire les coûts, il devra être situé à égale distance de la rivière, de l'autoroute et de la ligne de chemin de fer. Les différentes voies de transport ont été modélisées par des segments de droite. Où construire le centre logistique ?



### ▶ FAISONS LE POINT

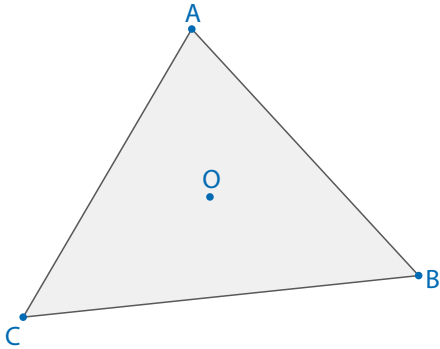


Quelle est la propriété relative aux bissectrices dans un triangle ?



**EXERCICES D'APPLICATION**

1. On considère un triangle ABC ainsi que O, l'intersection des trois bissectrices. Construis les points D, E et F, projections de O sur les trois côtés du triangle. Compare  $|OD|$ ,  $|OE|$  et  $|OF|$ . Que peux-tu déduire ?



.....

.....

.....

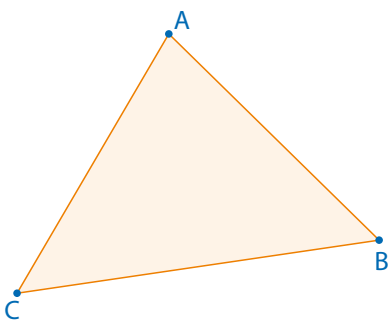
.....



2. Retrouve le centre et le cercle inscrit à un triangle.

--	--

3. Prouvons que l'intersection des 3 bissectrices donne bien un point équidistant aux trois droites.



**On connaît**

- ABC un triangle quelconque ;
- $b_1$  : bissectrice de  $\hat{A}$ ;
- $b_2$  : bissectrice de  $\hat{B}$ ;
- $b_3$  : bissectrice de  $\hat{C}$ .

**On veut prouver**

Les trois bissectrices ont une unique intersection.

**On prouve**

Soit O l'intersection de  $b_1$  et  $b_2$ .

On veut prouver que .....

Comme  $O \in b_1$ , on sait que .....

Comme ....., on sait que  $d(O, BC) = d(O, AB)$ .

Des deux égalités, on déduit que .....

c'est-à-dire que .....

# 6. Un peu de tout

Prenons le temps de reprendre toutes les techniques apprises.



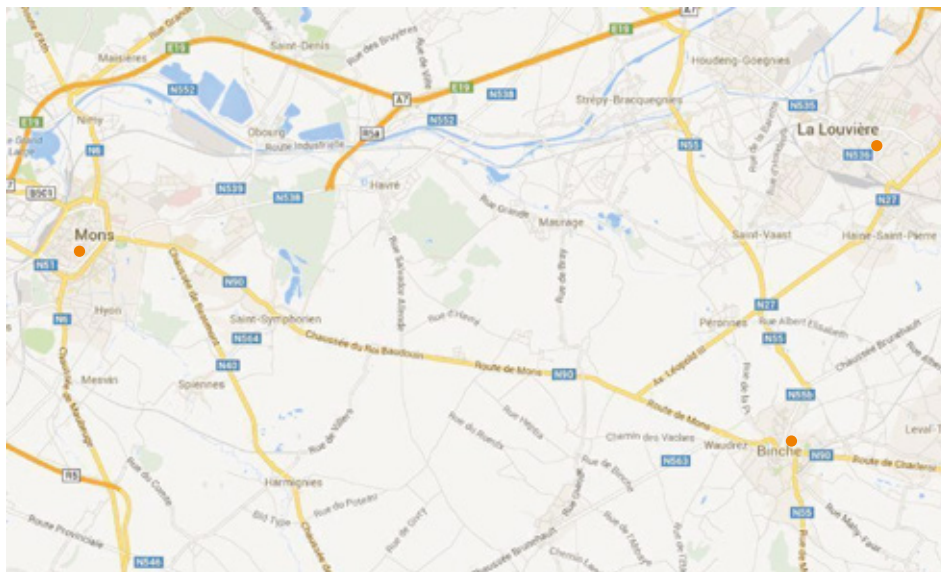
## EXERCICES D'APPLICATION

1. Complète le tableau.

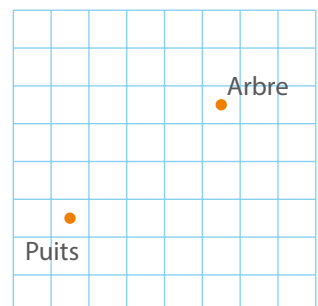


Pour déterminer un ou plusieurs points situés à une distance donnée...	J'utilise...
... d'un point A.	.....
... de deux points A et B.	.....
... de trois points A, B et C.	.....
... d'une droite x.	.....
... de deux droites sécantes x et y.	.....
... de deux droites parallèles x et y.	.....
... de trois droites sécantes x, y et z.	.....

2. Patricia habite à égale distance de Mons, Binche et La Louvière. Que dois-tu tracer pour retrouver la maison de Patricia ?



3. Mon chien est un farceur, il aime bien enterrer la télécommande de la télévision à égale distance de l'arbre et du puits situés dans mon jardin. Dans combien de zones devrai-je creuser pour la retrouver ?  
(Adapté du Championnat international des Jeux mathématiques et logiques)



.....  
.....

4. Construis le triangle ABC tel que  $|AB| = 8$  cm,  $|AC| = 6$  cm et  $|BC| = 4$  cm. Place respectivement M, N et P, les milieux des trois côtés.

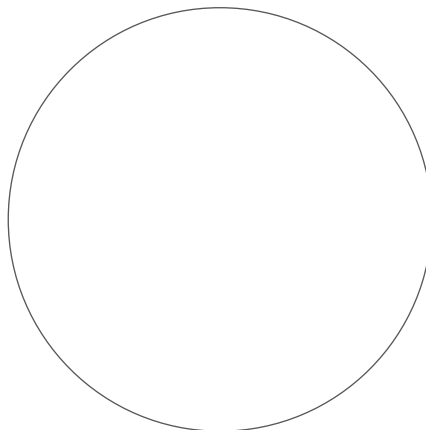
Détermine le point X si tu sais qu'il est :

- situé à égale distance des droites AC et AB ;
- le plus près du centre du cercle circonscrit au triangle MNP.

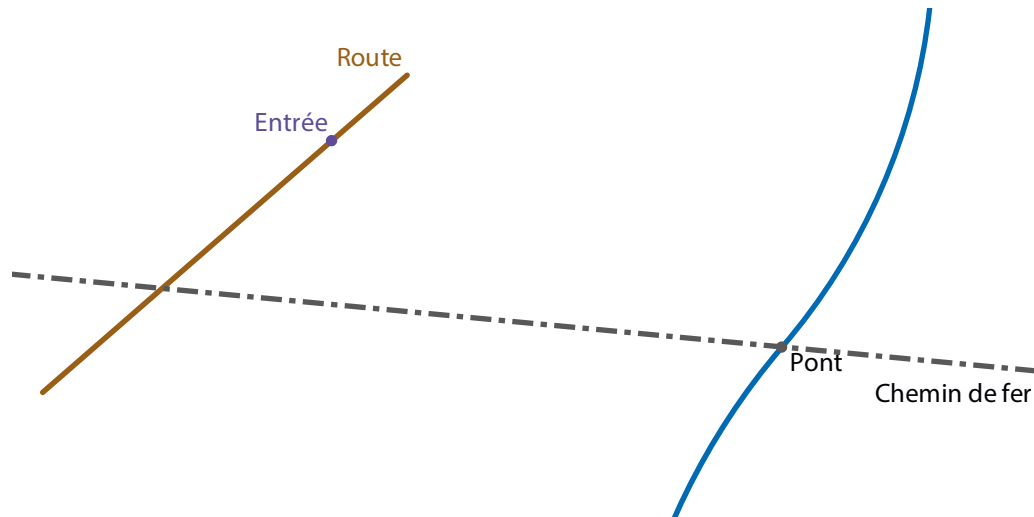
5. Trace sans rapporteur :

- a) Un angle de  $60^\circ$ .
- b) Un angle de  $90^\circ$ .
- c) Un angle de  $30^\circ$ .
- d) Un angle de  $105^\circ$ .

6. Quel est le centre de ce cercle ?



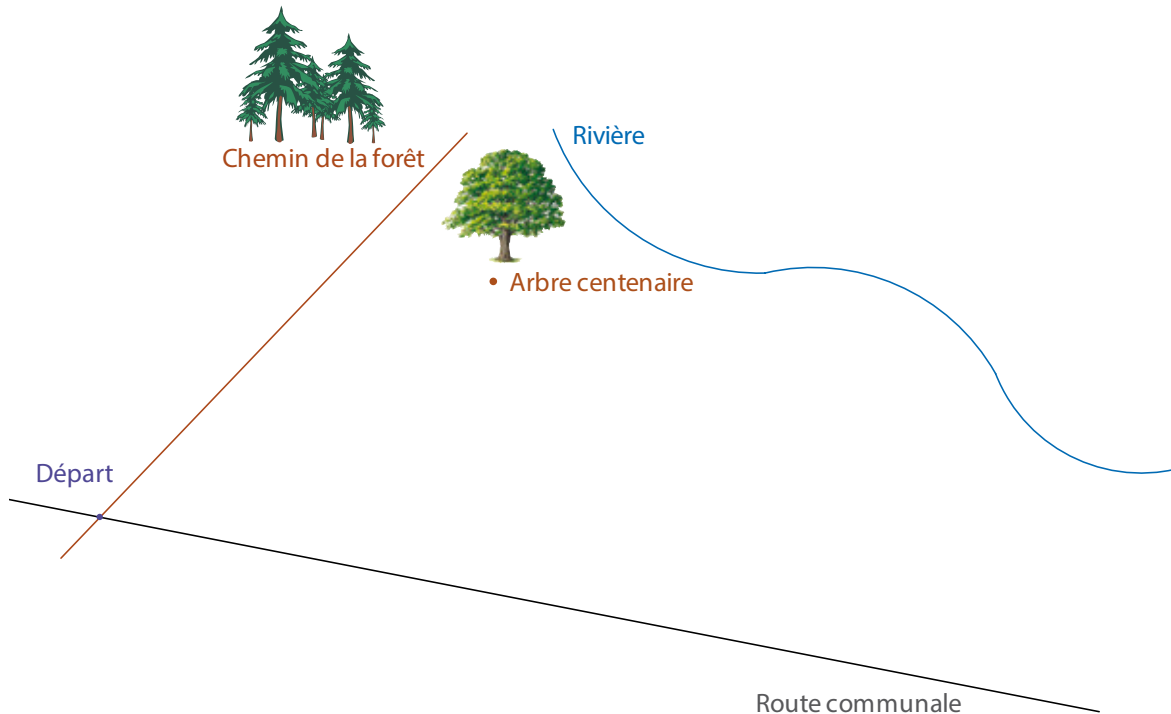
7. Egalizator est la nouvelle attraction présente sur la fête foraine de ma commune. Elle se trouve à égale distance de la route et de la ligne de chemin de fer mais aussi de l'entrée et du pont.



8. Mon grand-père a caché mon cadeau d'anniversaire dans la forêt. Il m'a simplement dit de suivre ses instructions...

« Pars du carrefour de la route communale et du chemin de la forêt. Marche vers la rivière en gardant la route communale et le chemin de la forêt à même distance. Arrivé à la rivière, tourne d'un quart de tour vers la route communale et poursuis ton parcours. Quand tu seras revenu sur la route communale, remonte vers ton point de départ. Arrivé à mi-chemin, coupe à travers les bois pour rejoindre le chemin de la forêt par la route la plus courte. Quand tu seras sur le chemin, compte tes pas vers l'arbre centenaire. Effectue un quart de tour dans le sens des aiguilles d'une montre. Il ne te restera plus qu'à marcher d'autant de pas que tu viens de compter pour trouver ton cadeau... »

Heureusement, j'ai pu me procurer une carte. Es-tu capable de localiser le cadeau ?





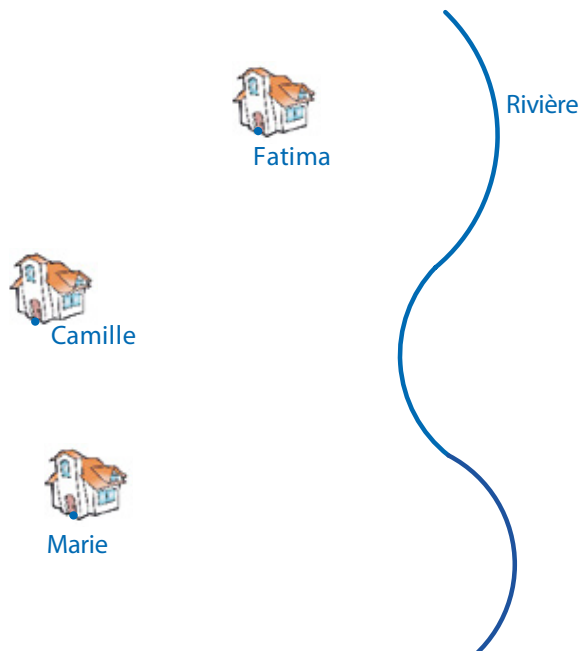
9. Trace un triangle qui possède un angle de  $75^\circ$  sans rapporteur.

10. Colorie la zone des points qui sont plus proches de C que de D.

C

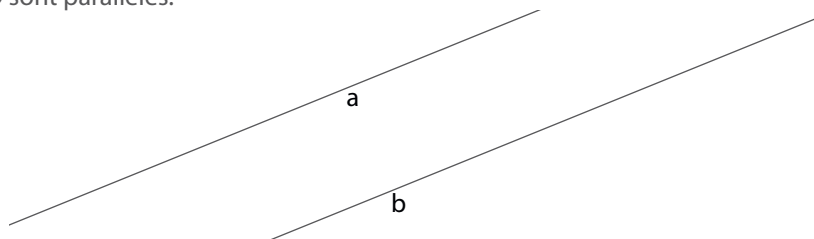
D

11. J'ai la chance d'habiter au bord de la rivière. Mes trois amies et moi habitons tous à la même distance de l'école et ma maison est plus proche de chez Fatima que de chez Marie. À toi de situer ma maison sur la carte.

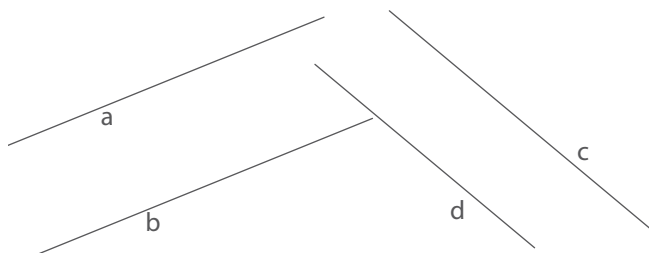


12. Détermine le lieu des points équidistants aux droites données.

a) Les droites  $a$  et  $b$  sont parallèles.



b) Les droites  $a$  et  $b$  sont parallèles, les droites  $c$  et  $d$  sont également parallèles.



## MODULE 2 : DES POSITIONS

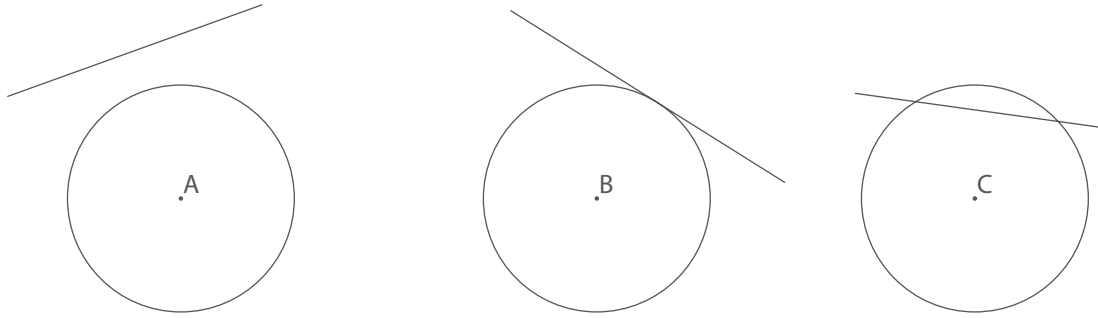
### 1. Positions relatives d'un cercle et d'une droite

#### ? ACTIVITÉS DE QUESTIONNEMENT

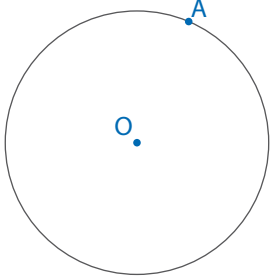
1. Quelles sont les différentes positions possibles d'une droite  $a$  et d'un cercle  $\mathcal{C}(O,r)$  ? Illustre-les et caractérise-les en déterminant le nombre d'intersections de la droite et du cercle. Établis également une relation entre le rayon du cercle et la distance entre la droite et le centre du cercle.

Dessin			
Position	La droite est ..... au cercle.	La droite est ..... au cercle.	La droite est ..... au cercle.
Nombre d'intersections	La droite et le cercle ..... .....	La droite et le cercle ..... .....	La droite et le cercle ..... .....
Relation entre $d(O, a)$ et $r$	.....	.....	.....

**2. Quel est l'axe de symétrie des figures suivantes ? Justifie ta réponse.**

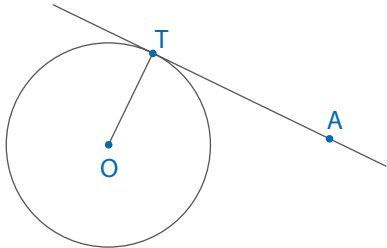
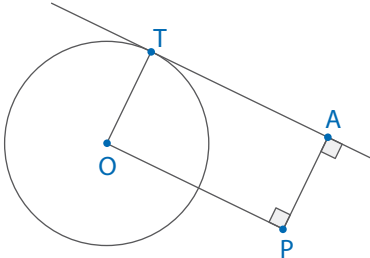


**3. On te donne un cercle de centre O ainsi qu'un point du cercle. Comment vas-tu construire la tangente t au cercle passant par A ?**

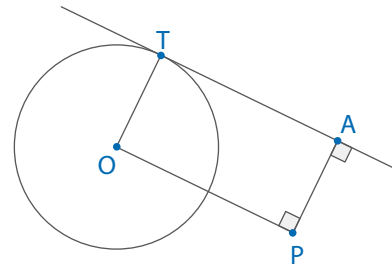
	<p><b>Méthode de construction</b></p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>
---	--

**4. Dans l'exercice précédent, le point A appartient au cercle. Et si le point A est extérieur au cercle, comment construire la tangente ?**



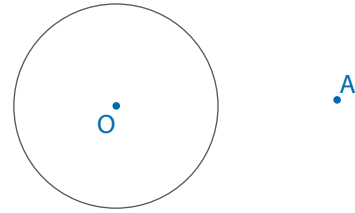
Supposons le problème résolu.	Complète les illustrations avec les informations découvertes.
<p><b>1)</b> Dans l'illustration ci-contre, on a tracé la tangente AT au cercle de centre O. Quelle est la nature du triangle ATO ?</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	
<p><b>2)</b> On a ajouté un point P en traçant deux perpendiculaires (<math>AP \perp AT</math> et <math>AP \perp OP</math>). Quelle est la nature du quadrilatère APOT ?</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>Que peux-tu affirmer au sujet des diagonales AO et TP ?</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	

3) Comme le point M (intersection des diagonales du rectangle) est situé ..... des points A, P, O et T, on peut tracer ..... On a donc deux conditions pour retrouver le point T : ..... La construction fait apparaître une deuxième tangente passant par A : .....



**En résumé**  
 Pour tracer les tangentes à un cercle de centre O au départ d'un point extérieur A :

1. On détermine ..... du segment [OA].
2. On trace .....
3. Les points d'intersection ..... donneront les deux points manquants des tangentes.



 FAISONS LE POINT 

**Quelles sont les positions relatives d'une droite et d'un cercle ?**

.....

.....

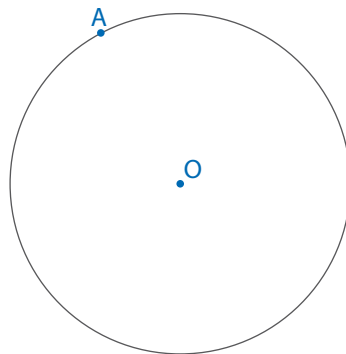
**Quelle est la propriété de la tangente à un cercle ?**

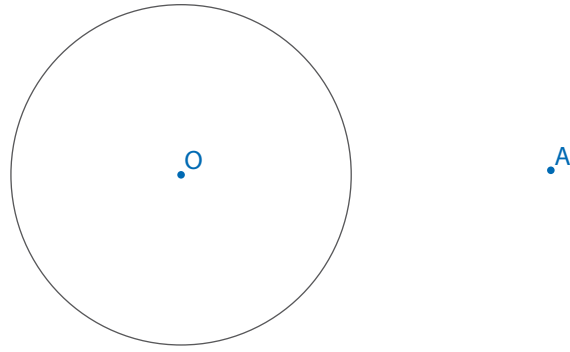
.....

.....

 EXERCICES D'APPLICATION

1. Construire les tangentes à un cercle @ passant par A.

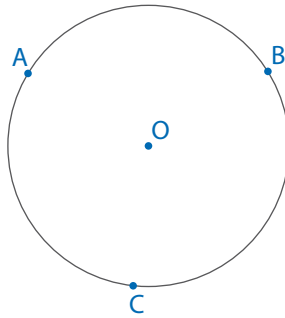




2. Sans les dessiner, donne les positions de la droite et du cercle si...

$d(O, a)$	$r$	position
5	7	
2		droite extérieure
	3	droite tangente
12	10	
4		droite tangente

3. Trace les tangentes en A, B et C au cercle de centre O.

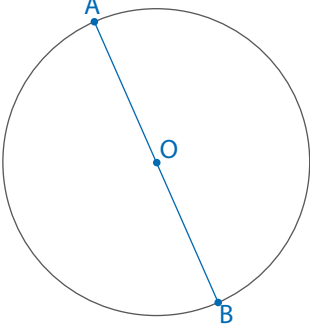


Que te rappelle le dessin obtenu ?

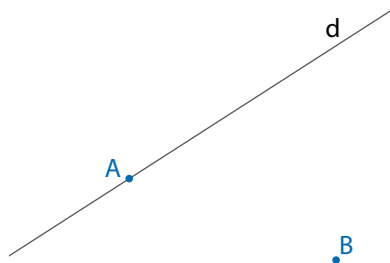
.....

.....

4.  $[AB]$  est un diamètre du cercle  $\mathcal{C}$ . Que peux-tu affirmer au sujet des tangentes à  $\mathcal{C}$  en A et B ?  
Illustre et justifie ta réponse.

	<p>Elles sont .....</p> <p><u>En effet</u></p> <p>Si a est la tangente à <math>\mathcal{C}</math> en A, alors a ..... AB.</p> <p>Si b est la tangente à <math>\mathcal{C}</math> en B, alors b ..... AB.</p> <p>Comme a ..... AB et b ..... AB, on aura a ..... b</p> <p>.....</p> <p>.....</p>
---	---

5. Soit une droite  $d$ , un point A lui appartenant et un point B extérieur à  $d$ .  
Construis le cercle passant par B et tangent à  $d$  en A.



Justification

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

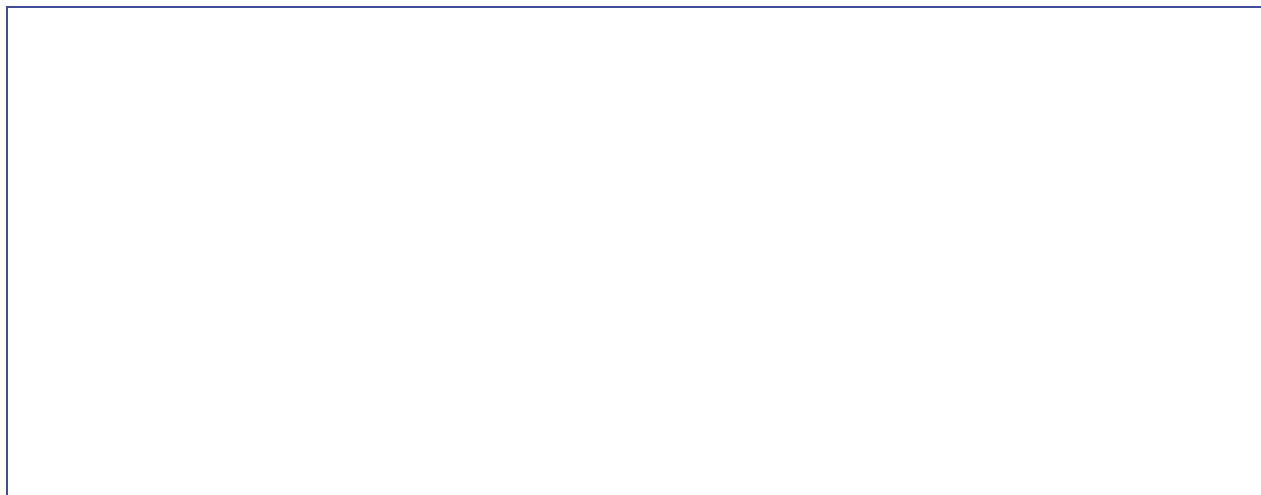
.....

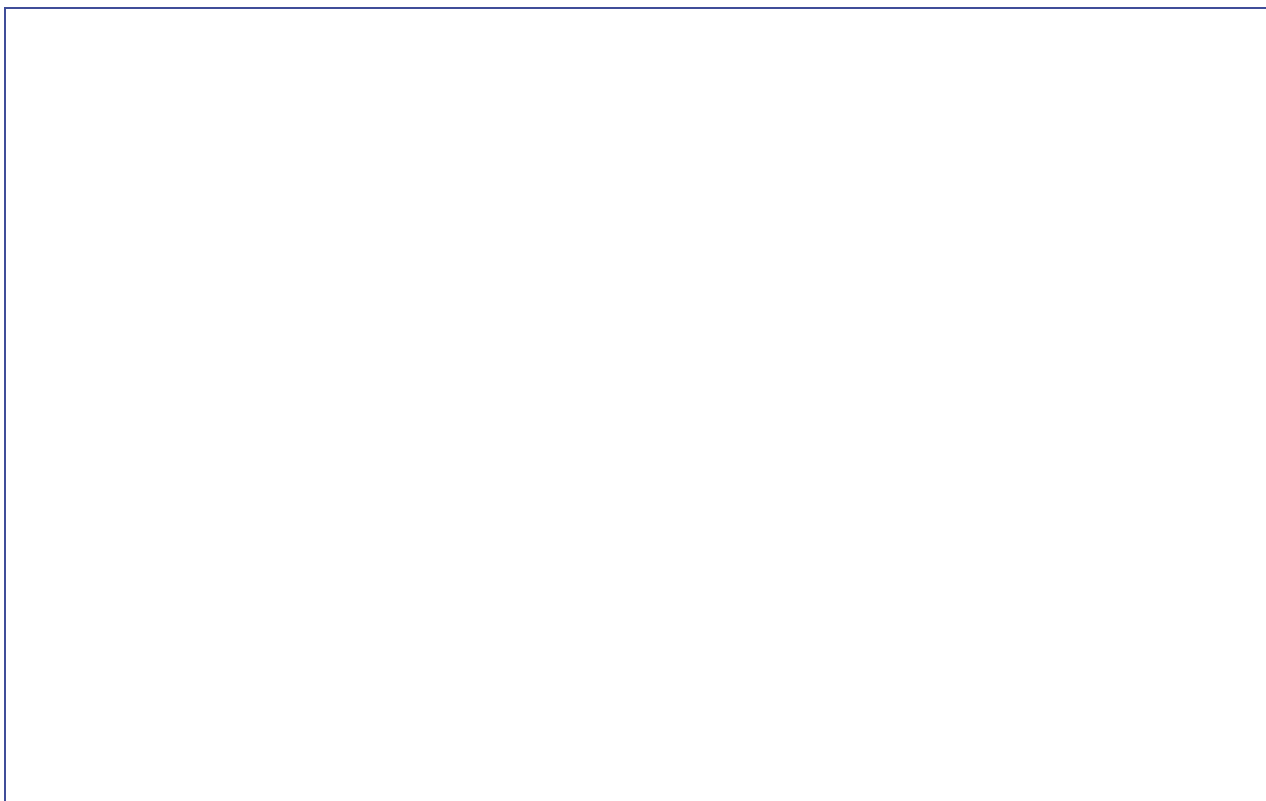
.....

## 2. Construire un triangle isocèle

### ? ACTIVITÉS DE QUESTIONNEMENT

1. Construis un triangle isocèle dont un côté mesure 8 cm. Détermine un encadrement de la mesure des autres côtés.





2. Si le segment  $[AB]$  est la base d'un triangle isocèle, alors quelle est la valeur minimale que peuvent avoir les deux côtés identiques ?

.....

Justifie ta réponse.

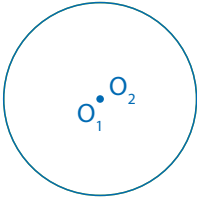
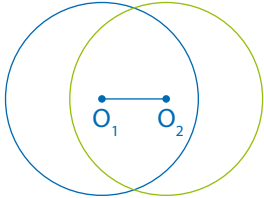
.....

.....

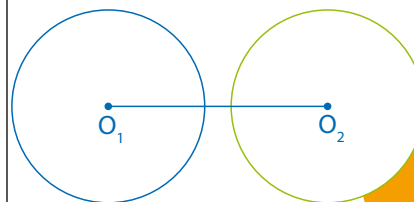
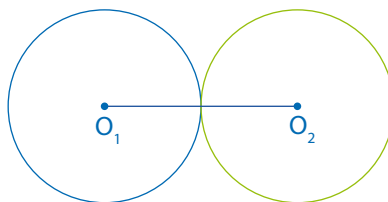
3. Si  $[AB]$  et  $[AC]$  sont les côtés de même mesure d'un triangle isocèle, alors quelle est la valeur minimale que peuvent avoir la base ?

.....

4. On considère deux cercles de même rayon.  
 Quelles sont les quatre positions différentes que peuvent prendre les cercles ?  
 Exprime ces positions en fonction de la distance entre les centres des cercles.

Illustration		
Distance entre les centres	.....	.....
Nombre d'intersections entre les deux cercles	.....	.....
On dira que les cercles sont...	.....	.....

## Illustration



Distance entre les centres

.....

.....

Nombre d'intersections entre les deux cercles

.....

.....

On dira que les cercles sont...

.....

.....



## FAISONS LE POINT



Quelles sont les positions relatives de deux cercles de même rayon ?

.....



## EXERCICES D'APPLICATION

1. Donne la position des cercles. Les cercles ont le même rayon. Justifie ta réponse.

Distance entre les centres	Rayon	Position
5 cm	4 cm	.....
11 cm	5 cm	.....
3 dm	15 cm	.....
17 mm	3 cm	.....
3 cm	13 mm	.....

N'hésite pas à prendre une feuille de brouillon pour dessiner les différentes situations.

2. Quelle mesure doit avoir le rayon pour que les cercles soient dans la position demandée ? Les cercles ont le même rayon. Envisage toutes les possibilités.

Distance entre les centres	Position des cercles	Mesure du rayon
4 cm	Sécants	.....
6 cm	Disjoints	.....
36 mm	Tangents	.....
14 dm	Sécants	.....
2,8 mm	Disjoints	.....



3. Quelle mesure doit avoir la distance entre les centres pour que les cercles soient dans la position demandée ? Les cercles ont le même rayon. Envisage toutes les possibilités.

Rayon des 2 cercles	Position des cercles	Mesure de la distance (d) entre les centres
3 cm	Sécants	.....
14 cm	Disjoints	.....
1,5 dm	Tangents	.....
3,4 mm	Sécants	.....
5 cm	Confondus	.....

4. Combien de triangles isocèles différents peux-tu construire si les côtés mesurent :

a) 4 cm et 5 cm ?

.....

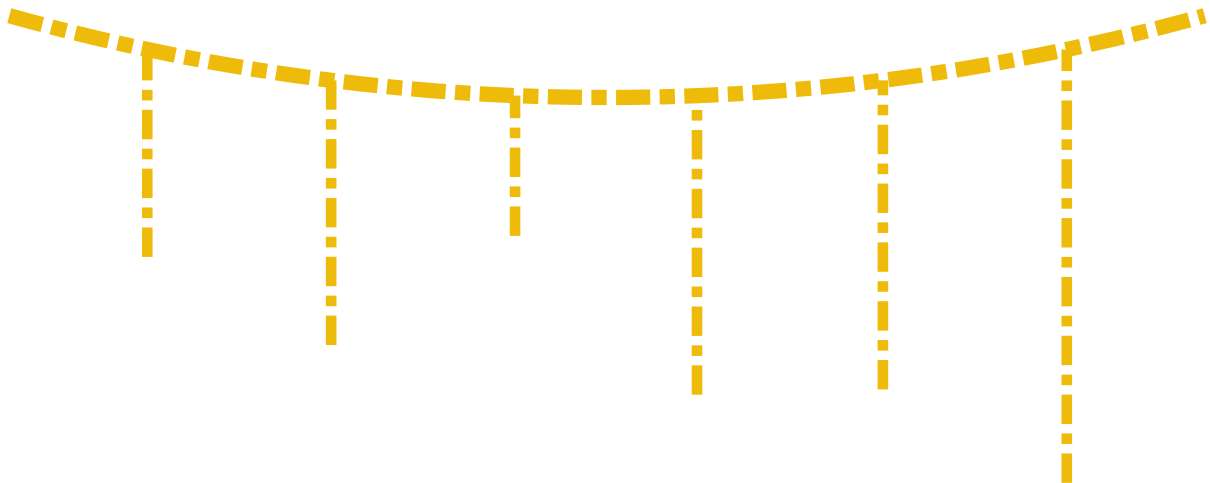
b) 4 cm et 9 cm ?

.....

## 3. Positions relatives de deux cercles

### ? ACTIVITÉS DE QUESTIONNEMENT

Madame Rosa voudrait réaliser un nouveau modèle de collier. Il sera constitué de disques rouges de 2,6 cm de diamètre et de disques verts de 2 cm de diamètre. Le collier devra illustrer toutes les possibilités d'assemblage de deux disques de couleurs différentes. Combien de disques de chaque couleur devra-t-elle utiliser ? Et si tu lui proposais une création originale...



Quelles sont les positions relatives de deux cercles de rayons différents ?

.....

.....

.....

<b>Dessin</b>			
<b>Distance entre les centres</b>	.....	.....	.....
<b>Nombre d'intersections entre les deux cercles</b>	.....	.....	.....
<b>On dira que les cercles sont...</b>	.....	.....	.....
<b>Dessin</b>			
<b>Distance entre les centres</b>	.....	.....	.....
<b>Nombre d'intersections entre les deux cercles</b>	.....	.....	.....
<b>On dira que les cercles sont...</b>	.....	.....	.....

EXERCICES D'APPLICATION

1. Donne la position des cercles. Justifie ta réponse.

Distance entre les centres	Rayon 1	Rayon 2	Position
4 cm	2 cm	3 cm	.....
5 cm	2 cm	3 cm	.....
0,8 cm	2 cm	3 cm	.....
6 cm	2 cm	3 cm	.....
2 cm	2 cm	3 cm	.....
0 cm	2 cm	3 cm	.....

2. Quelle mesure doit avoir le deuxième rayon pour que les cercles soient dans la position demandée ? Envisage toutes les possibilités.

Distance entre les centres	Rayon 1	Position des cercles	Mesure du rayon 2
7 cm	3 cm	Disjoints ext.	.....
5 cm	4 cm	Tangents ext.	.....
3 cm	6 cm	Disjoints int.	.....
4 cm	7 cm	Sécants	.....
5 cm	5 cm	Tangents int.	.....

Pour envisager plusieurs possibilités, il est utile d'utiliser un encadrement.

3. Quelle doit être la condition relative à la distance entre les centres pour que les cercles soient dans la position demandée ? Envisage toutes les possibilités.

Rayon 1	Rayon 2	Position	Distance entre les centres
3 cm	6 cm	Concentriques	.....
5 cm	2 cm	Sécants	.....
2 cm	9 cm	Tangents ext.	.....
1 cm	3 cm	Disjoints int.	.....
8 cm	9 cm	Sécants	.....

## 4. Inégalité triangulaire

### ? ACTIVITÉS DE QUESTIONNEMENT

1. En utilisant la règle et le compas, construis un triangle dont la base [AB] mesure 8 cm, le côté [AC] 3 cm et [BC] 4 cm.

.....

2. Si un triangle a une base qui mesure 5 cm et un côté 3 cm, quelle devrait être la mesure du troisième côté ? Comment justifier ta réponse ?

Les cercles qui permettent de construire le triangle doivent être .....

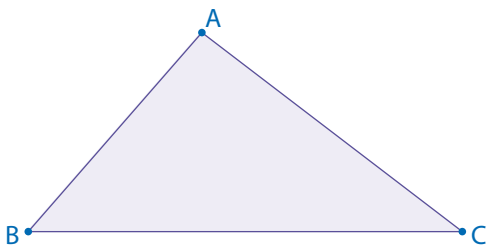
En utilisant la condition liant les rayons et la distance entre les centres des cercles, la mesure du troisième côté sera .....

### FAISONS LE POINT



Que sont les inégalités triangulaires ?

.....  
 .....



La mesure de chaque côté d'un triangle est .....

entre ..... et .....

des mesures des deux autres côtés.

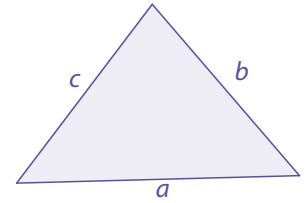
.....  
 .....



**EXERCICES D'APPLICATION**

1. Est-il possible de construire les triangles dont on te donne les mesures des côtés ? Justifie ta réponse si tu réponds « non ».

a	b	c	Le triangle est-il constructible ?
4 cm	4 cm	2 cm	.....
2 cm	3 cm	4 cm	.....
1 cm	5 cm	9 cm	.....
6 cm	5 cm	3 cm	.....
4 cm	3 cm	8 cm	.....

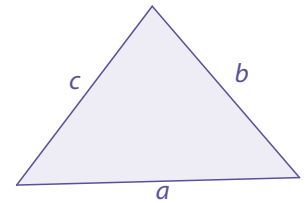


2. Donne un encadrement de  $|AB|$  si, dans le triangle ABC,  $|AC| = 3$  cm et  $|BC| = 4$  cm.

.....

3. Donne un encadrement du troisième côté du triangle pour que le triangle soit constructible.

a	b	Encadrement de c
10	12	.....
18	5	.....
9	2	.....
15	1	.....
6	19	.....



4. Dans un triangle rectangle RST tel que  $|RS| = 6$  cm et  $|RT| = 7$  cm, l'angle droit peut-il se situer en T ?

.....

5. Dans un triangle XYZ :

a) Si  $|XY| = 8$  cm et  $|YZ| = 3$  cm, alors .....  $< |XZ| <$  .....

b) Si  $|XY| = 5$  cm et  $|XZ| = 11$  cm, alors .....  $< |YZ| <$  .....

c) Si  $|XY| =$  ..... et  $|YZ| = 4$  cm, alors .....  $< |XZ| <$  10 cm.

d) Si  $|XY| = 8$  cm et  $|YZ| =$  ....., alors  $1$  cm  $< |XZ| <$  .....

6. Dans le triangle RST :  $|RS|$  est le plus long côté ;  $|ST|$  le côté le plus court. Donne un encadrement de la mesure de  $|RT|$  si  $|RS| = 14$  cm et  $|ST| = 6$  cm.

.....  
 .....  
 .....

7. Deux côtés d'un triangle ont comme mesure 5 cm et 12 cm. Le troisième côté mesure un nombre entier de centimètres.

Quelles sont toutes les mesures que peut prendre ce troisième côté ?

.....

.....

.....

8. ABC est un triangle isocèle en B. La base [AC] mesure 8 cm.

Réponds par « vrai » ou « faux » aux propositions.

a) [BC] peut mesurer 3 cm.

.....

b) [AB] peut mesurer 4 cm.

.....

c) [BC] peut mesurer 5 cm.

.....

9. Jules souhaite construire un parallélogramme dont une diagonale mesure 8 cm et un côté 3 cm.

Quel sera l'encadrement de la mesure du deuxième côté ?

N'hésite pas  
à réaliser un  
schéma de la  
situation.

.....

.....

.....

.....

10. Un triangle a pour périmètre 18 cm. Est-il possible qu'un côté mesure 10 cm ? Justifie ta réponse.

.....

.....

.....

11. On te donne trois points distincts A, B et C.

a) Quelle relation relative à la mesure des segments permet de déterminer que les points sont alignés ?



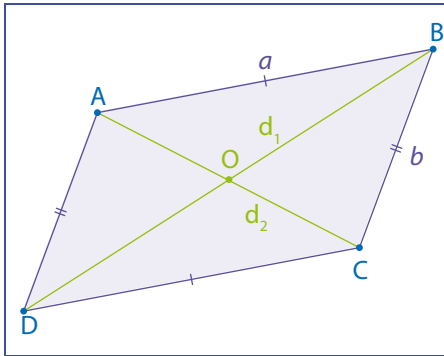
Pour que A, B et C soient alignés, il faut que .....

b) Complète le tableau. Les points A, B et C doivent être alignés.

	AB	AC	BC
a)	6	4	
b)	5		2
c)		12	4
d)	4	4	
e)	2	5	

Attention, l'ordre  
d'alignement est  
peut-être différent :  
A-C-B ou B-A-C...

12. Justifie l'affirmation suivante : « dans un parallélogramme, la somme des mesures des diagonales est inférieure au périmètre ».



.....

.....

.....

.....

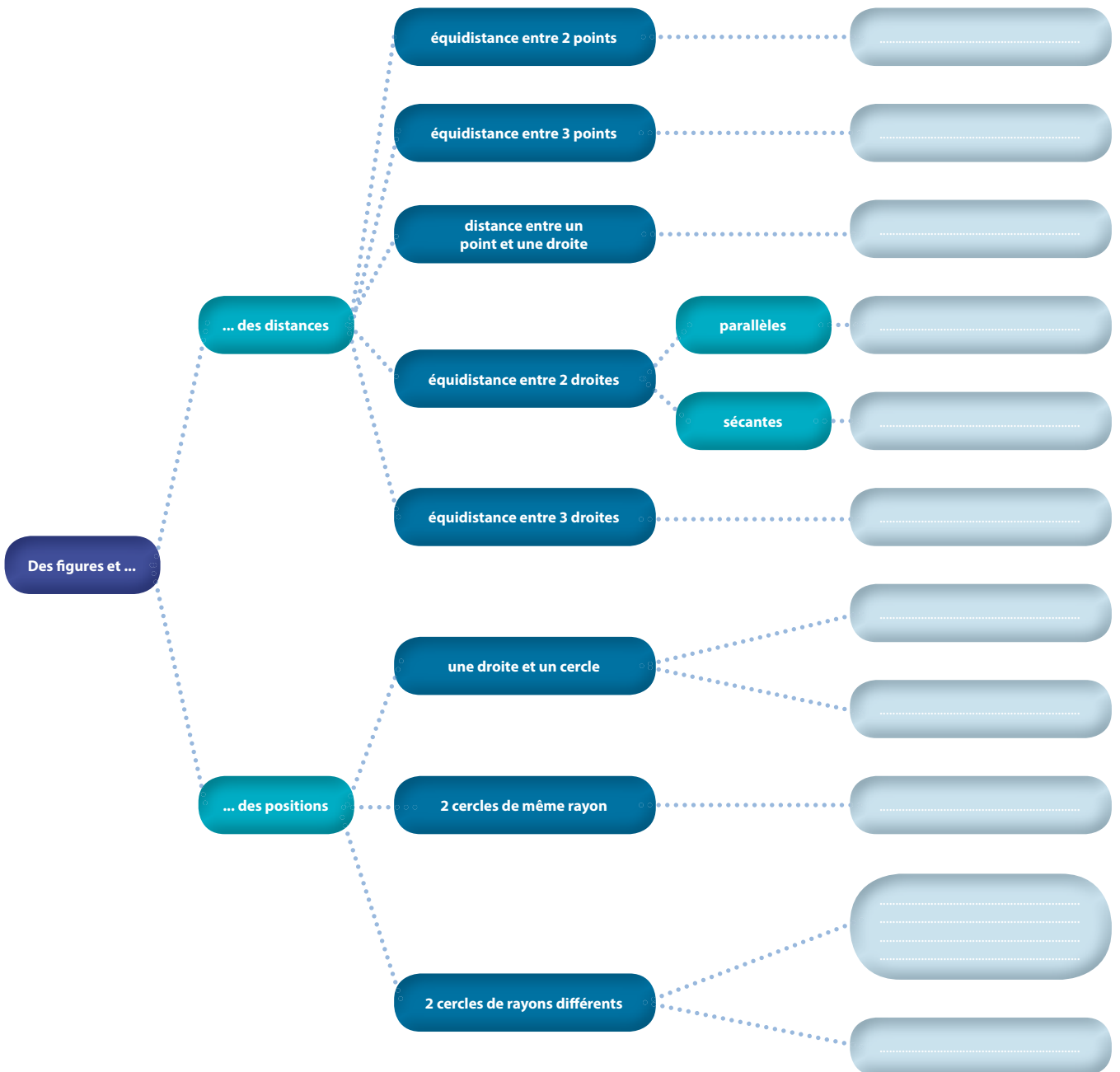
.....

.....

3.



## LA CARTE DU CHAPITRE

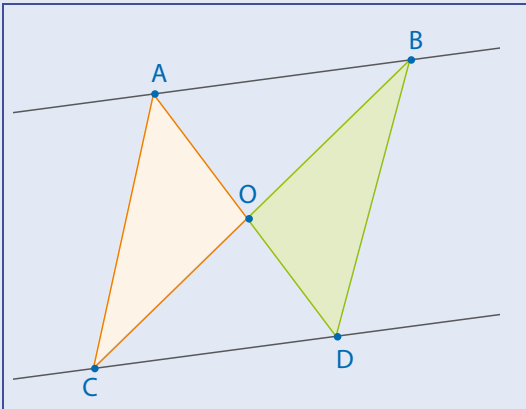


4.

## Utilisons tes ressources pour travailler tes compétences



1. Les droites AB et CD sont parallèles. Le point O est à l'intersection des droites AD et BC. Compare l'aire des triangles AOC et BOD.



---

---

---

---

---

---

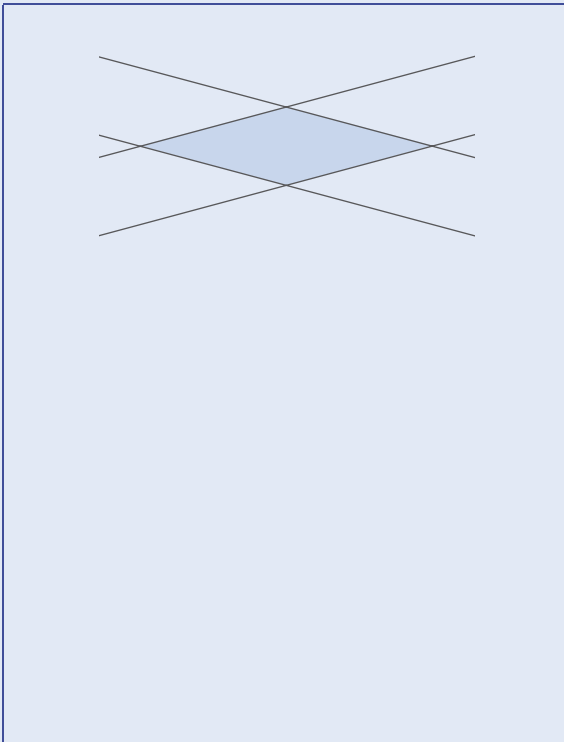
---

---

---

---

2. Deux bandes de papier d'1 cm de large sont superposées. Elles déterminent un quadrilatère dont le périmètre vaut 8 cm. Mais quelle est son aire ?



---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

3. Monsieur Tarteapoint est un peu farfelu...

Il ne propose que des gâteaux triangulaires ayant 5 cm, 12 cm, 15 cm ou 20 cm de côté.

Pour l'anniversaire de sa fille Clotilde, madame Petit achète un exemple de chaque gâteau.

Ce qui est surprenant, c'est que le nombre de gâteaux achetés correspond à l'âge de Clotilde...

Mais quel âge a-t-elle ?







5. Trace un triangle ABC avec  $|AB| = 7$  cm,  $|BC| = 6$  cm et  $|AC| = 5$  cm. Colorie les points situés plus près de BC que de AB, et plus près de A que de B et à moins de 3 cm de C.

6. Trace la même construction que pour l'exercice 4 et colorie l'ensemble des points situés à plus de 3 cm de A, plus près de B que de C et plus près de DP que de DB.

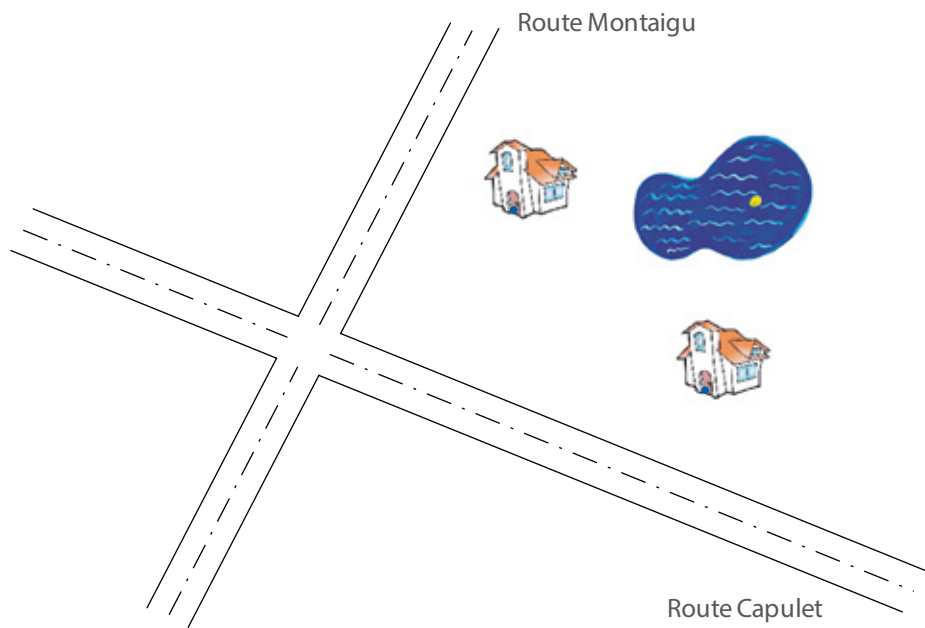
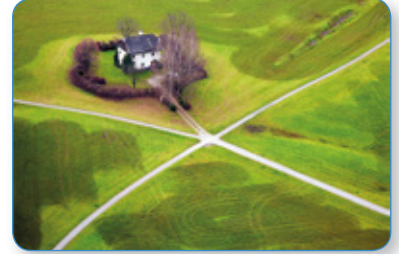
5.



## TÂCHE DE COMPÉTENCE CIBLE

Il est temps de voir si tu es capable de résoudre la tâche cible du chapitre.

Roméo et Juliette habitent encore chez leurs parents et veulent construire leur nouvelle maison. Celle-ci devra être à égale distance des routes Montaigu et Capulet. Bien entendu, leur nouvelle demeure sera aussi à la même distance de celle de leurs parents.



Handwriting practice area with ten horizontal dotted lines.

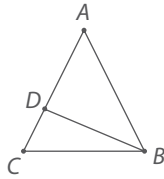


## 1. Olympiade mathématique belge 2011

Le triangle  $ABC$  est isocèle avec  $|AB| = 2|BC|$ .

Le point  $D$  de  $[AC]$  est tel que  $\widehat{CBD} = \widehat{CAB}$ .

Quel est le rapport des aires des triangles  $ABC$  et  $DBC$  ?



A	2	B	3	C	$\frac{15}{4}$	D	4	E	$\frac{9}{2}$
---	---	---	---	---	----------------	---	---	---	---------------

## 2. Kangourou des mathématiques 2011

J'ai un morceau de papier de forme carrée. Je le coupe d'un coup de ciseau rectiligne. Quelle forme ne peut être celle d'un des deux morceaux ?

A	Un carré	B	Un rectangle
C	Un triangle isocèle	D	Une figure à 5 côtés
E	Un triangle rectangle		

## 3. Olympiade mathématique belge 2011

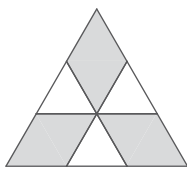
Un rectangle  $ABCD$  est inscrit à un cercle de rayon 25. Si  $\frac{|AB|}{|AD|} = \frac{3}{4}$ , quelle est la longueur du plus grand côté du rectangle ?

A	3	B	4	C	30	D	40	E	50
---	---	---	---	---	----	---	----	---	----

## 4. Kangourou des mathématiques 2013

Dans cette figure, le grand triangle est équilatéral. Les segments tracés sont parallèles aux côtés et les partagent en 3 parties égales.

L'aire du grand triangle est 9. Quelle est l'aire de la partie grisée ?



A	1	B	4	C	5	D	6	E	7
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

## 5. Olympiade mathématique belge 2012

Sans réponse préformulée – Un cercle de centre  $C$  et un cercle de centre  $D$  se coupent en deux points distincts  $M$  et  $P$ . Parmi les affirmations suivantes, combien sont toujours vraies ?

- $CD$  est médiatrice de  $[MP]$  ;
- $MP$  est médiatrice de  $[CD]$  ;
- $|CM| = |MD|$  ;
- $|CM| = |CP|$  ;
- $CMDP$  est un losange.

## 6. Olympiade mathématique belge 2012

Dans le triangle  $ABC$  rectangle en  $A$ , si  $|AB| = 4$ ,  $|AC| = 3$  et si  $D$  est le milieu de  $[BC]$ , alors  $|AD| =$

A	2	B	2,5	C	3	D	3,5	E	5
---	---	---	-----	---	---	---	-----	---	---

## 7. Olympiade mathématique belge 2012

Un polygone est inscriptible s'il existe un cercle qui comprend tous ses sommets. Parmi les affirmations suivantes, combien sont fausses ?

- Tout triangle est inscriptible.
- Tout carré est inscriptible.
- Tout rectangle est inscriptible.
- Tout losange est inscriptible.
- Tout parallélogramme est inscriptible.

A	1	B	2	C	3	D	4	E	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

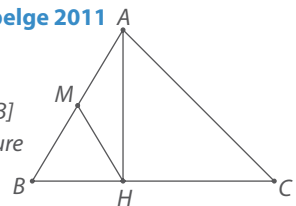
## 8. Olympiade mathématique belge 2012

Quelle droite remarquable d'un triangle partage toujours celui-ci en deux triangles de même aire ?

A	Une médiane	B	Une médiatrice	
C	Une bissectrice	D	Une hauteur	
E	Aucune des réponses précédentes			

## 9. Olympiade mathématique belge 2011

Dans la figure (imprécise) ci-contre,  $AH$  est une hauteur du triangle  $ABC$ ,  $M$  est le milieu de  $[AB]$  et  $|AH| = |HC|$ . Si l'angle  $\widehat{AHM}$  mesure  $50^\circ$ , quelle est la mesure en degré de  $\widehat{ABH}$  ?



A	40	B	42	C	44	D	45	E	46
---	----	---	----	---	----	---	----	---	----

## 10. Olympiade mathématique belge 2013

Que vaut l'angle des droites prolongeant les côtés  $[AB]$  et  $[DE]$  d'un pentagone régulier  $ABCDE$  ?

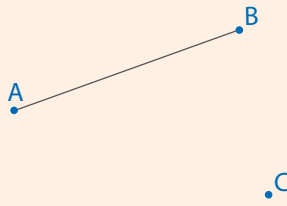
A	$30^\circ$	B	$32^\circ$	C	$35^\circ$	D	$36^\circ$	E	$40^\circ$
---	------------	---	------------	---	------------	---	------------	---	------------

7.

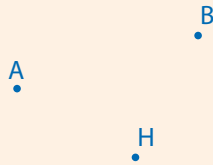


## JE PRÉPARE MON ÉVALUATION

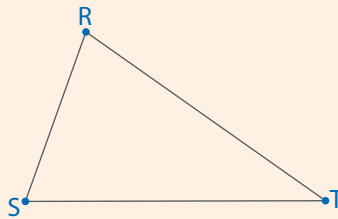
1. Détermine les positions de O si  $|OA| = |OB|$  et  $|OC| = 1,8$  cm



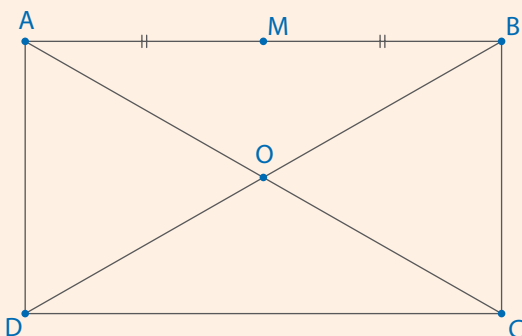
2. Abdel (A), Bernard (B) et Camille (C) habitent à égale distance de l'hôpital (H). Où habite Camille si sa maison est aussi située à égale distance de celle d'Abdel et de Bernard ?



3. Trace le cercle circonscrit au triangle RST.



4. ABCD est un rectangle de longueur a et de largeur b. M est le milieu de [AB].



Détermine les distances demandées :

a)  $d(B, AD) = \dots\dots\dots$

b)  $d(O, DC) = \dots\dots\dots$

c)  $d(B, CD) = \dots\dots\dots$

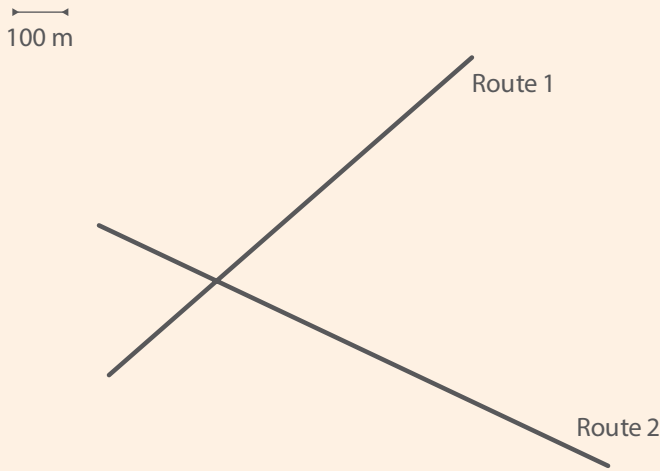
d)  $d(M, CD) = \dots\dots\dots$

e)  $d(M, AD) = \dots\dots\dots$

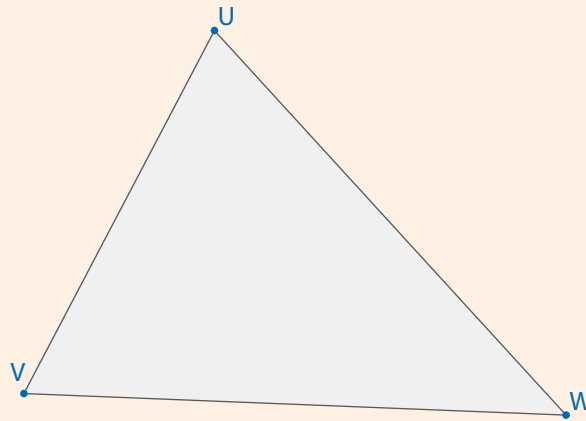
f)  $|OM| = \dots\dots\dots$



5. Une grande ville a décidé de reconstruire un hôpital à égale distance des deux routes principales. Par ailleurs, il devra se situer à moins de 500 m du carrefour formé par les deux routes. Où peux-tu le placer ?



6. Détermine le centre du cercle inscrit au triangle UVW.



7. Sans les construire, détermine la position relative des cercles donnés.

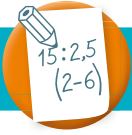
- a)  $C_1 (A, 5)$  et  $C_2 (B, 6)$  ;  $|AB| = 3$     ►  $C_1$  et  $C_2$  sont .....
- b)  $C_1 (E, 3)$  et  $C_2 (F, 4)$  ;  $|EF| = 8$ .    ►  $C_1$  et  $C_2$  sont .....
- c)  $C_1 (P, 4)$  et  $C_2 (O, 4)$  ;  $|OP| = 8$ .    ►  $C_1$  et  $C_2$  sont .....

8. À quelle condition les cercles  $C_1 (M, 5)$  et  $C_2 (N, 4)$  seront-ils tangents intérieurement ?
- .....

9. Est-il possible de construire les triangles suivants ? Justifie ta réponse.

- a) ABC si  $|AB| = 3$ ,  $|AC| = 7$  et  $|BC| = 8$  ?
- .....
- b) XYZ si  $|XY| = 5$ ,  $|YZ| = 6$  et  $|XZ| = 1$  ?
- .....

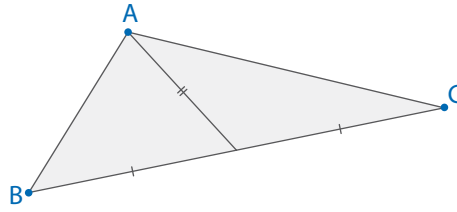
10. Donne un encadrement du troisième côté du triangle MAT si  $|MA| = \frac{4}{3}$  et  $|AT| = \frac{7}{3}$ .
- .....



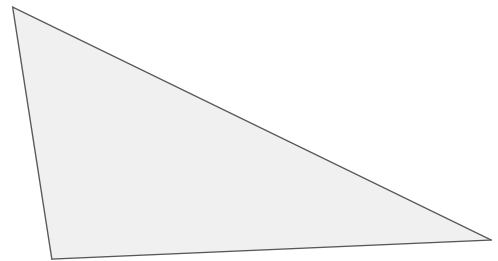
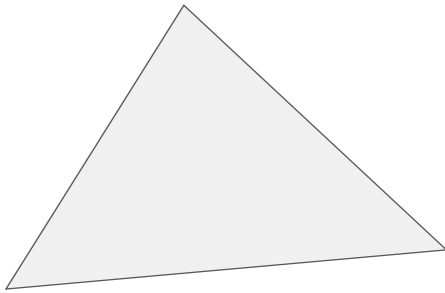
## EXERCICES SUPPLÉMENTAIRES

### Module 1

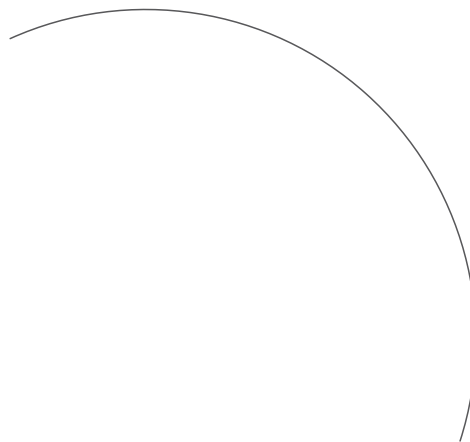
1. Soient  $ABC$  un triangle quelconque,  $M$  le milieu de  $[BC]$  et  $A'$  le symétrique de  $A$  par rapport à  $M$ . Quelle est la nature du quadrilatère  $ABA'C$  ?



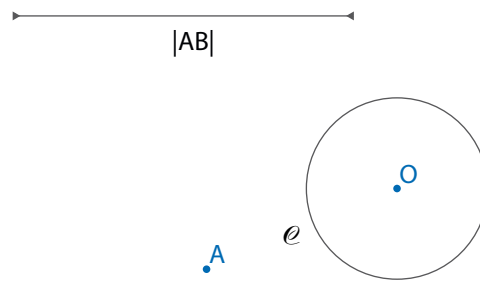
2. Trace le cercle circonscrit aux triangles ci-dessous.



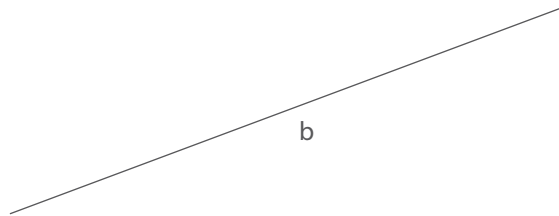
3. Où se trouve le centre de l'arc de cercle ?



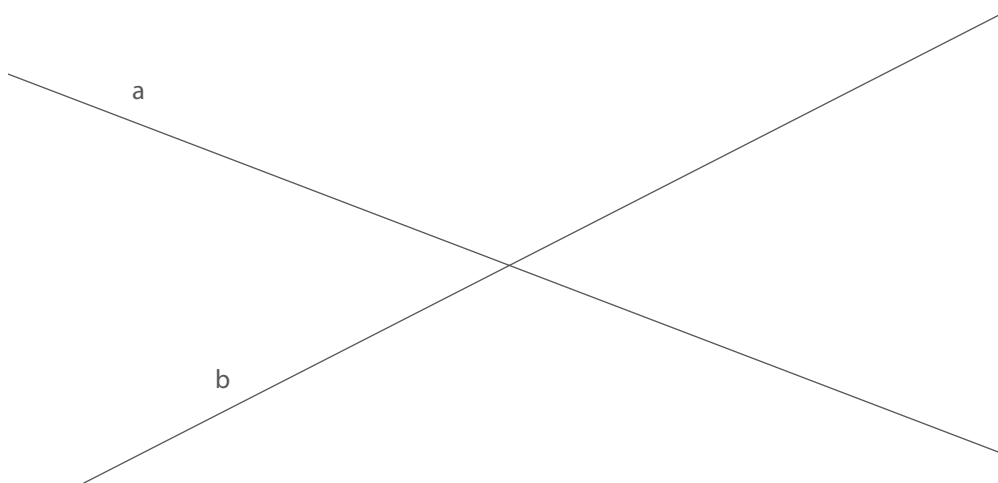
4. On te donne un point A, le cercle inscrit au triangle ABC  $\odot(O,r)$  ainsi que la longueur du segment  $[AB]$ . Construis le triangle ABC.



5. Trace tous les points situés à 3 cm de la droite  $b$ . Laisse tes constructions visibles.



6. On donne deux droites sécantes  $a$  et  $b$ .  
Combien de points sont situés à 2 cm de  $a$  et 3 cm de  $b$  ?  
Quelle est la nature de la figure obtenue si on relie les points d'intersection ?





**7. Trace un segment [AB] de 4 cm de long. Place un point C situé à 3 cm de [AB].**

- a) Que vaut l'aire du triangle ABC ? .....
- b) Est-il possible de construire un triangle ABD différent d'ABC mais qui possède la même aire ?  
Si oui, où se trouve le point D ?

.....

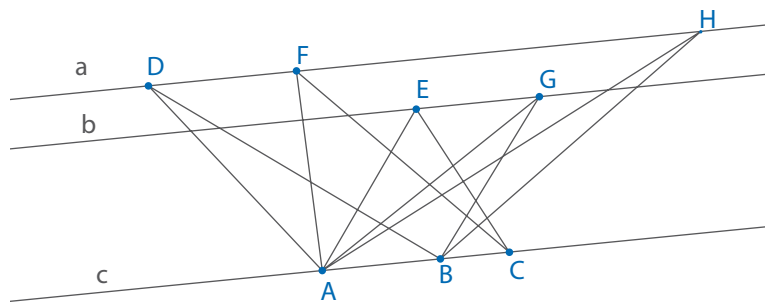
.....

.....

.....

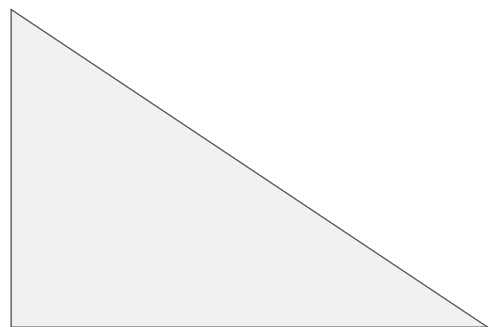
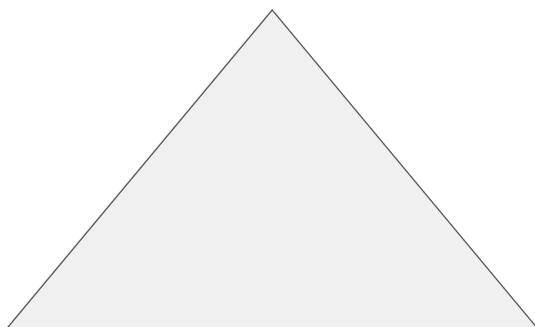


**8. Observe le dessin et réponds ensuite aux questions. Les droites a, b et c sont parallèles.**



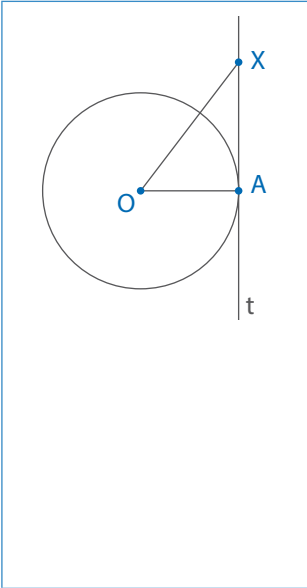
- a) Quel est le triangle qui a la même aire qu'ABD ? .....
- b) Comment est l'aire d'ACF par rapport à celle d'AEC ? .....
- c) Comment est l'aire d'ACF par rapport à celle d'ABH ? .....
- d) Quel est le triangle qui possède la plus grande aire parmi ABD, ACF, ACE, AGB et ABH ? .....
- e) Quel est le triangle qui possède la plus petite aire parmi ABD, ACF, ACE, AGB et ABH ? .....

**9. Trace le cercle inscrit aux triangles ci-dessous.**



## Module 2

## 1. Comment peut-on justifier que la tangente à un cercle est perpendiculaire au rayon ?



On considère un cercle de centre  $O$  et une tangente  $t$  au cercle.  $A$  est le point d'intersection de la tangente et du cercle.

Soit un point  $X$  appartenant à  $t$  et différent de  $A$ .

**a)** Compare  $|OX|$  et  $|OA|$ .

.....

**b)** Que vaut la distance entre la tangente  $t$  et le point  $O$  ?

.....

.....

**c)** Que peut-on conclure quant à la position relative de  $t$  et de  $[OA]$  ?

.....

.....

**2.** Une droite  $d$  coupe le cercle  $\mathcal{C}(O)$  en  $A$  et  $B$  (le centre  $O$  n'appartient pas à  $d$ ). Les diamètres passant par  $AO$  et  $BO$  auront pour intersection avec le cercle respectivement les points  $C$  et  $D$ . Réalise le dessin de la situation et détermine la nature du quadrilatère  $ABCD$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**3.** On considère deux cercles sécants de rayons différents :  $\mathcal{C}_1(O_1, r_1)$  et  $\mathcal{C}_2(O_2, r_2)$ . Soit  $[AB]$  la corde commune aux deux cercles.

**a)** Réalise un dessin de la situation.

**b)** Quelle est la particularité de la droite des centres ( $= O_1O_2$ ) vis-à-vis de la corde  $[AB]$  ?

.....

.....

.....

4. Dans le triangle XYZ, [YZ] est le côté le plus long.  
Donne un encadrement de |XZ| si |XY| = 9 cm et |YZ| = 14 cm.

.....  
 .....  
 .....

5. Dans le triangle XYZ, tu sais que |XY| = 5 cm et |YZ| = 11 cm. Donne un encadrement de |XZ| si tu sais que celui-ci est le plus court des côtés.

.....  
 .....  
 .....

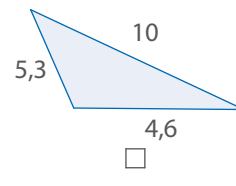
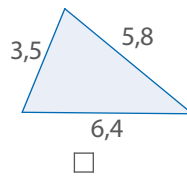
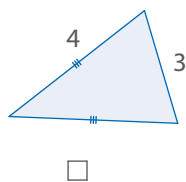
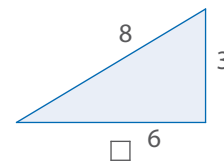
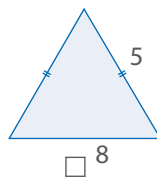
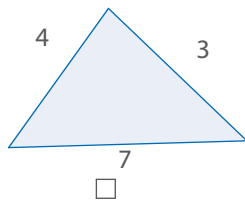
6. Est-il possible de construire les triangles dont on te donne les dimensions.

- a) 4 cm ; 3 cm et 9 cm ? .....
- b) 7 cm ; 7 cm et 7 cm ? .....
- c) 3 cm ; 6 cm et 6 cm ? .....
- d) 3 cm ; 12 cm et 15 cm ? .....
- e) 13 cm ; 9 cm et 5 cm ? .....

7. Est-il possible de placer trois points A, B et C tels que :

- a) |AB| = 7,1 ; |BC| = 11,2 et |AC| = 4,1 ? .....
- b) |AB| = 9,2 ; |BC| = 7,8 et |AC| = 1,3 ? .....
- c) |AB| =  $\frac{8}{3}$  ; |BC| =  $\frac{5}{6}$  et |AC| =  $\frac{25}{6}$  ? .....

8. Coche la case en dessous des triangles que tu peux construire.

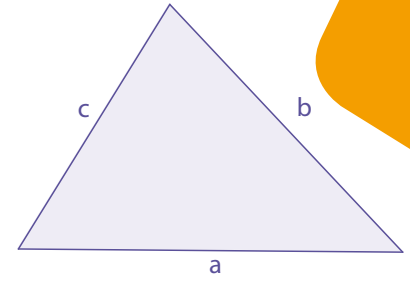


9. Les mesures des côtés du triangle MAT sont des nombres entiers inférieurs à 10.  
Que peut mesurer [MA] si |AT| = 8 et |MT| = 6 ?

.....  
 .....  
 .....

10. Donne un encadrement de la mesure du troisième côté du triangle.

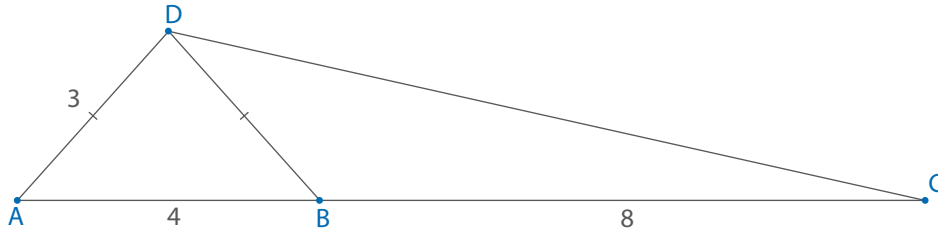
	a	b	c
a)	8,6	5,72	
b)	2	$\frac{1}{4}$	
c)	1	$\frac{5}{3}$	
d)	$\frac{1}{3}$	0,3	
e)	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	



11. Complète les inégalités pour obtenir un triangle.

- a)  $|AB| \dots\dots\dots |AC| + |BC|$
- b)  $|RU| - |SU| \dots\dots\dots |RS|$
- c)  $|KL| \dots\dots\dots |KC| - |LC|$
- d)  $|MN| + |NO| \dots\dots\dots |ON|$

12. Donne un encadrement de  $|DC|$ .

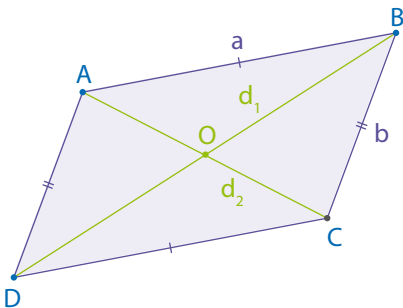


.....

.....

.....

13. Justifie l'affirmation suivante : « dans un parallélogramme, la somme des mesures des diagonales est supérieure au demi-périmètre ».



.....

.....

.....

.....

.....

.....