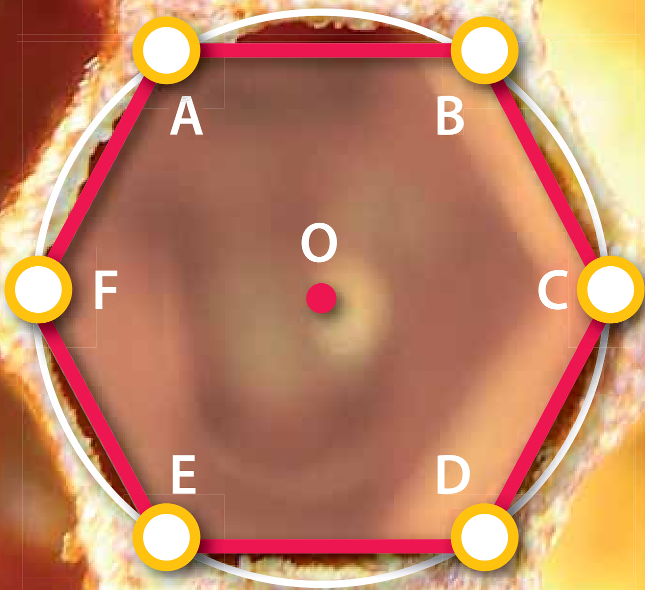
MATHÉMATIQUES

DeltA

MANUEL

J. Coulibaly
G. Leenaers
O. Lerot
V. Wuyts



Plantyn

2^e

Introduction à l’attention des élèves

Tout d’abord, bienvenue en 2e !
Delta est une collection de mathématiques qui t’accompagnera durant toute l’année scolaire.
Tu as acquis lors des précédentes années toute une série d’outils que nous allons utiliser dans différents chapitres.
Pour rendre ces divers apprentissages plus clairs pour toi, nous avons divisé chacun des chapitres du manuel en plusieurs parties. Voici l’explication de chacune d’elles :

1. Tâche de compétence cible
Nous avons voulu commencer par une tâche que tu devras être capable de résoudre à la fin du chapitre. Tu sauras ainsi ce que tu arriveras à faire quand tu auras découvert toutes les notions que recouvre chacun des chapitres. Pas de panique donc si tu n’arrives pas à la réaliser au début du chapitre !

2. Théorie
Tu as ensuite affaire à la théorie du chapitre correspondant. La théorie est divisée en différents modules (A., B., C., etc.) Tu y trouveras toutes les notions à maîtriser afin de pouvoir réaliser les exercices du cahier et résoudre la tâche de compétence cible.

3. Carte du chapitre
Nous avons voulu utiliser une technique un peu différente pour t’aider à faire des résumés. Tu auras vu la théorie propre à chaque module séparément, et il sera ensuite nécessaire d’avoir une vue d’ensemble de tout le chapitre avant d’aborder des exercices un peu plus complexes. Cette carte te permet d’avoir cette vue d’ensemble.
Tu devras essayer de compléter cette carte dans ton cahier, et petit à petit, être capable de la réaliser par toi-même. Idéalement, tu devras connaître les différentes « routes » de la carte.

4. Ai-je bien compris ?
Quelques questions permettant de voir si tu as compris les notions théoriques du chapitre.

5. La petite gazette
Pas de longs discours mathématiques, juste des anecdotes, des utilisations, un peu d’histoire, de quoi rendre les mathématiques plus concrètes.

Outre ces différentes parties, certains pictogrammes t’aideront à t’y retrouver :

Ouvre ton cahier aux pages indiquées pour réaliser les exercices correspondants.

Cela t’indique qu’il s’agit d’une matière de « dépassement », qui sera vue dans les années à venir mais que l’on aborde parfois déjà, pour te préparer.

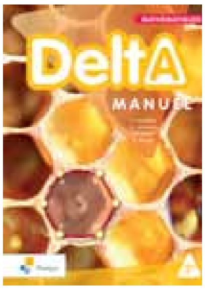
Introduction à l'attention des enseignant(e)s

Delta est une collection de mathématiques à l'attention des 1re, 2e, 3e et 4e années de l'enseignement général secondaire. Vous avez entre les mains le manuel destiné à la 2e année du secondaire.

Cette collection a été développée en concordance avec les socles de compétences et les différents programmes de mathématiques et avec la volonté de respecter leur philosophie.

Cette collection se compose de trois supports par année :

1. **Un manuel**
2. **Un cahier d'activités**
3. **Un Kit du professeur**



L'ambition de la méthode Delta est de proposer à l'enseignant(e) :

- des outils parfaitement adéquats pour mettre en place les programmes et la pédagogie par compétence ;
- une forme attractive qui permet à l'élève de travailler les mathématiques grâce à des supports agréables ;
- une philosophie qui encourage l'autonomie de l'élève et le forme à la résolution de tâches complexes ;
- un respect sans faille des prescrits légaux et des évaluations conformes aux directives ;
- des tâches formatives pour exercer l'élève aux tâches complexes proposées en évaluation ;
- une approche numérique complète et intégrée via le Kit du professeur et le manuel numérique.

1. TÂCHE DE COMPÉTENCE CIBLE

Pour partir en voyage scolaire, la classe de 2e désire réaliser des coffrets cadeaux pour la Noël avec des savons et des perles de bain.
Sachant qu'ils ont pu avancer l'argent pour avoir 360 savons et 420 perles, qu'ils veulent que les coffrets soient tous identiques et que les savons et les perles de bain soient tous utilisés (afin d'éviter les pertes), réponds aux questions suivantes :

- **Combien de coffrets peuvent-ils réaliser au maximum ?**
- **Combien vont-ils vendre le coffret si un savon coûte 1,70 € et une perle de bain 0,40 € ? (Ils veulent le vendre à un bon prix pour que les gens l'achètent, mais ils souhaitent évidemment faire du bénéfice.)**

2. THÉORIE LE COURS THÉORIQUE

A. Partager et multiplier

A.1. Rappels de première année

Diviseurs et multiples d'un nombre

- Les **diviseurs** d'un nombre sont les nombres qui divisent ce nombre.
  Il y en a un nombre fini. (On peut les compter.)
  L'ensemble des diviseurs d'un nombre n se note div $n = \{\ldots\}$

  Exemple : div 24 = {1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24}

  Il y a 8 diviseurs pour le nombre 24.
  Petit truc pour les trouver facilement : les diviseurs « vont toujours par deux » : 1 et 24 ; 2 et 12 ; 3 et 8 ; 4 et 6 (sauf parfois celui du milieu qui sera alors multiplié par lui-même).

- Les **multiples** d'un nombre sont les nombres qui sont divisibles par ce nombre.
  Il y en a une infinité. (On ne peut pas les compter.) L'ensemble des multiples d'un nombre a se note $a\mathbb{N}$.

  Exemple :
  L'ensemble des multiples de 3 se note $3\mathbb{N} = \{0, 3, 6, 9, 12, \ldots\}$
  Il s'agit des nombres de la table de 3.

Propriétés

- 0 ne divise aucun nombre.
- 0 est multiple de tous les nombres.
- Tous les nombres sont divisibles par eux-mêmes (sauf 0).
- 1 divise tous les nombres.

Nombres premiers

Un **nombre premier** est un nombre qui admet exactement 2 diviseurs : 1 et lui-même.

Exemple : 5 est un nombre premier car div 5 = {1, 5} (deux diviseurs).

Contre-exemples : 1 n'est pas un nombre premier car div 1 = {1} (un seul diviseur).
6 n'est pas un nombre premier car div 6 = {1, 2, 3, 6} (quatre diviseurs).

Décomposition première d'un nombre

Mieux que de longs discours… un exemple :

1260	2
630	2
315	3
105	3
35	5
7	7
1	

Uniquement des nombres premiers et de préférence dans l'ordre croissant

$$1260 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$$

A.2. PPCM et PGCD

Que signifient PPCM et PGCD ?

PPCM : plus petit commun multiple
PGCD : plus grand commun diviseur

Quand utiliser l'un et l'autre ?

- Le PPC**M** sert à trouver un nombre plus grand (ou égal) à ceux donnés, et qui répond aux conditions énoncées.

  Ex. : le PPCM de 30 et 36 est 180. 180 est dans la table de 30 et dans la table de 36, et est le plus petit multiple commun.

- Le PGC**D** sert à trouver un nombre plus petit (ou égal) aux nombres donnés, et qui répond aux conditions énoncées.

  Ex. : le PGCD de 30 et 36 est 6. 6 est un diviseur de 30 et un diviseur de 36, et 6 est le plus grand diviseur commun.

Comment les trouver ?

- Soit trouver les diviseurs (ou les multiples) et prendre le plus petit (ou le plus grand) en commun ;

  Ex. :
  PPCM de 30 et 36 :
  $30\mathbb{N} = \{0, 30, 60, 90, 120, 150, 180, 210, \dots\}$
  $36\mathbb{N} = \{0, 36, 72, 108, 144, 180, 216, \dots\}$

  ▶ Le PPCM est donc 180

  PGCD de 30 et 36 :
  div 30 = {1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30}
  div 36= {1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36}

  ▶ Le PGCD est donc 6

- Soit effectuer la décomposition en facteurs premiers ;

  le PPCM s'obtient en multipliant un nombre par les facteurs qui n'ont pas de pendant dans le deuxième nombre
  ou
  on multiplie tous les facteurs avec leur plus grand exposant.

  le PGCD s'obtient en multipliant les facteurs communs
  ou
  on multiplie les facteurs communs affectés de leur plus petit exposant.

$$\begin{array}{r|l} 30 & \cancel{2} \\ 15 & \cancel{3} \\ 5 & \cancel{5} \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 36 & \cancel{2} \\ 18 & \cancel{2} \\ 9 & \cancel{3} \\ 3 & \cancel{3} \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 30 & \cancel{2} \\ 15 & \cancel{3} \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 36 & \cancel{2} \\ 18 & 2 \\ 9 & \cancel{3} \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$ $\quad 36 = 2^2 \cdot 3^2$

$\text{PPCM} = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 180$
ou
$= 36 \cdot 5 = 180$

$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$ $\quad 36 = 2^2 \cdot 3^2$

$\text{PGCD} = 2 \cdot 3 = 6$

- Il est parfois utile de savoir que $a \cdot b = \text{PGCD}(a, b) \cdot \text{PPCM}(a, b)$ ou encore $\text{PPCM}(a, b) = \dfrac{a \cdot b}{\text{PGCD}(a, b)}$

  Exemple : $30 \cdot 36 = 6 \cdot 180$
  En effet, pour le cas qui nous occupe, il est assez facile de connaître le PGCD de 30 et 36.

  Pour trouver le PPCM, il suffit alors de faire $\dfrac{30 \cdot 36}{6}$.

Nombres premiers entre eux

Deux nombres seront **premiers entre eux** si leur <u>seul</u> diviseur commun est 1.

Exemple : 8 et 9 sont des nombres premiers entre eux.

$\left.\begin{array}{l}\text{div } 8 = \{1, 2, 4, 8\} \\ \text{div } 9 = \{1, 3, 9\}\end{array}\right\}$ div. commun = {1}

Contre-exemple : 8 et 12 ne sont pas des nombres premiers entre eux.

$\left.\begin{array}{l}\text{div } 8 = \{1, 2, 4, 8\} \\ \text{div } 12 = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}\end{array}\right\}$ div. communs = {1, 2, 4}

REMARQUE

Ne pas confondre **UN** nombre premier et **DES** nombres premiers entre eux !

25 n'est pas un nombre premier, car il est divisible par 1, 5 et 25 (3 diviseurs).

26 n'est pas un nombre premier, car il est divisible par 1, 2, 13 et 26 (4 diviseurs).

Mais 25 et 26 sont des nombres premiers entre eux, car ils n'admettent que le nombre 1 comme diviseur commun.

ATTENTION !

Avant de te lancer dans la décomposition en facteurs premiers, réfléchis :

- Si un nombre est multiple de l'autre, alors leur PPCM est le plus grand et leur PGCD est le plus petit des deux nombres.

  Exemple : 12 et 36 → 36 est multiple de 12.
  Donc PPCM = 36 et PGCD = 12

- Si deux nombres sont premiers entre eux, alors leur PPCM est le produit des deux nombres et leur PGCD est 1.

  Exemple : 8 et 9 sont premiers entre eux (ils n'ont que 1 comme diviseur commun).
  Donc PPCM = $8 \cdot 9 = 72$ et PGCD = 1

A.3. Division euclidienne

La relation fondamentale est $D = d \cdot q + r$ avec $r < d$.
Dividende = diviseur · quotient + reste avec *reste* < *diviseur*.

On a aussi : $\frac{D}{q} = d + \frac{r}{q}$ avec $r < d$

Exemple :
73 : 9 = ?

$$\begin{array}{r|l} 73 & 9 \\ \hline 72 & 8 \\ \hline 1 & \end{array}$$

$73 = 9 \cdot 8 + 1$ avec $1 < 9$

B. Classer (situer, ordonner, comparer)

B.1. Rappels

Comparer des nombres

Il existe 5 symboles différents pour exprimer la comparaison entre deux expressions numériques.

Symbole	$<$	$\leqslant$	$=$	$\geqslant$	$>$
Expression	$a < b$	$a \leqslant b$	$a = b$	$a \geqslant b$	$a > b$
Signification	*a* est strictement inférieur à *b*.	*a* est inférieur ou égal à *b*.	*a* est égal à *b*.	*a* est supérieur ou égal à *b*.	*a* est strictement supérieur à *b*.
Exemple	$-2 < 5$	$3 \leqslant 5$ $5 \leqslant 5$	$\lvert -3 \rvert = \lvert 3 \rvert$	$8 \geqslant 2$ $8 \geqslant 8$	$-4 > -9$

Commentaires

Quand on compare des nombres, on parlera d'ordre **croissant** s'ils sont classés du plus petit au plus grand et d'ordre **décroissant** dans le cas contraire.

Exemples :
$2 < 3 < 8 < 19$ sont classés par ordre croissant.
$19 > 8 > 3 > 2$ sont classés par ordre décroissant.

Arrondir un nombre

Pour arrondir un nombre au rang *R*, on regarde le chiffre de la partie décimale situé au rang directement à droite.
Si ce chiffre est 0, 1, 2, 3 ou 4, on arrondit « vers le bas ».
Si ce chiffre est 5, 6, 7, 8 ou 9, on arrondit « vers le haut ».

Exemples :
- Arrondir à l'unité 17,812
  → On regarde le chiffre situé à droite du chiffre des unités → 17,<u>8</u>12 sera arrondi à 18.
  On écrit : $17{,}812 \simeq 18$
- Arrondir au dixième 2,345
  → On regarde le chiffre situé à droite du chiffre des dixièmes → 2,3<u>4</u>5 sera arrondi à 2,3.
  On écrit : $2{,}345 \simeq 2{,}3$

B.2. Signe d'une fraction

Une fraction est positive si le numérateur et le dénominateur sont de même signe.

Exemples : $\frac{5}{7}$ et $\frac{-5}{-8}$

Une fraction est négative si le numérateur et le dénominateur sont de signes différents.

Exemples : $\frac{-5}{7}$ et $\frac{5}{-8}$

Convention d'écriture

Si le quotient est négatif, on s'obligera à prendre l'habitude de placer le signe « – » devant la barre de fraction ou devant le numérateur.

Exemples : $\frac{-7}{3}$ et $-\frac{8}{5}$

B.3. Comparer des fractions

Il existe plusieurs méthodes pour comparer deux fractions.

- Si les fractions sont de même dénominateur, la plus grande est celle dont le numérateur est le plus grand.

Comparer $\frac{4}{3}$ *et* $\frac{5}{3}$ → *Comme* $4 < 5$, *alors* $\frac{4}{3} < \frac{5}{3}$.

- Si les fractions sont de même numérateur, la plus grande est celle dont le dénominateur est le plus petit.

Comparer $\frac{2}{3}$ *et* $\frac{2}{5}$ → *Comme* $3 < 5$, *alors* $\frac{2}{3} > \frac{2}{5}$.

- Si les fractions sont de numérateurs et dénominateurs différents, on les transforme en deux fractions de même dénominateur.

Comparer $\frac{2}{3}$ *et* $\frac{3}{4}$ → *Comme* $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}, \frac{3}{4} = \frac{9}{12}$ *et que* $8 < 9$, *alors* $\frac{2}{3} < \frac{3}{4}$.

Mais avant tout, il faut être logique :

- Si les signes sont différents, la plus grande fraction est évidemment celle qui est positive.
- Pense aussi à diviser de tête : $\frac{9}{4} > \frac{2}{5}$ *car* $\frac{9}{4} > 1$ *et* $\frac{2}{5} < 1$
- *Tu peux aussi réfléchir avec des tartes…*

B.4. Fractions particulières

• Une fraction est **égale à** 1 si son **numérateur** et son **dénominateur** sont **égaux**.	Ex. : $\frac{4}{4} = \frac{7}{7} = \ldots = 1$
• Une fraction est **égale à –1** si son **numérateur** et son **dénominateur** sont **opposés**.	Ex. : $\frac{-4}{4} = \frac{4}{-4} = -1$
• Une fraction est **égale à son numérateur** si son **dénominateur** vaut **1**.	Ex. : $\frac{4}{1} = 4$
• Une fraction vaut **0** si son **numérateur** est égal à **0**.	Ex. : $\frac{0}{4} = 0$
• Une fraction **n'existe pas** si son **dénominateur** vaut **0**.	Ex. : $\frac{4}{0}$ n'existe pas

B.5. Encadrer une fraction

Valeurs approchées d'une fraction

Toute fraction à termes entiers peut s'écrire sous la forme :

- Soit d'un nombre entier $\frac{10}{5} = 2$
- Soit d'un nombre décimal limité $\frac{1}{4} = 0{,}25$
- Soit d'un nombre décimal illimité périodique $\frac{4}{3} = 1{,}3333...$

Remarque : un entier est également un nombre décimal limité et un nombre décimal illimité périodique :
$8 = 8{,}0 = 8{,}000000000\ldots\ldots\ldots \cong 7{,}99999999\ldots\ldots\ldots$

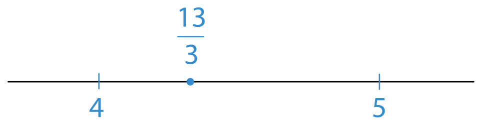
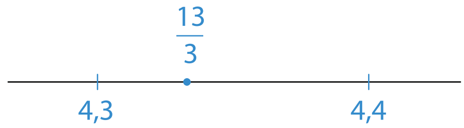
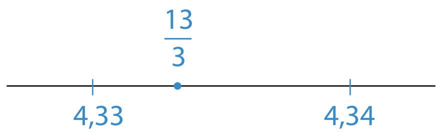
Toute fraction à termes entiers peut être encadrée par une **valeur approchée par défaut** (VAD, plus petite que la fraction) et une **valeur approchée par excès** (VAE, plus grande que la fraction). Ces valeurs approchées permettent de placer la fraction considérée sur une droite graduée, un axe.

La **valeur approchée par défaut (VAD)** est la borne inférieure de l'encadrement.
La **valeur approchée par excès (VAE)** est la borne supérieure de l'encadrement.

Si la fraction est positive

On calcule le quotient en effectuant la division.
À un rang donné :
- la valeur approchée par défaut est le nombre formé par la coupure du quotient à ce rang ;
- la valeur approchée par excès est celle approchée par défaut à laquelle on a ajouté 1 au dernier rang.

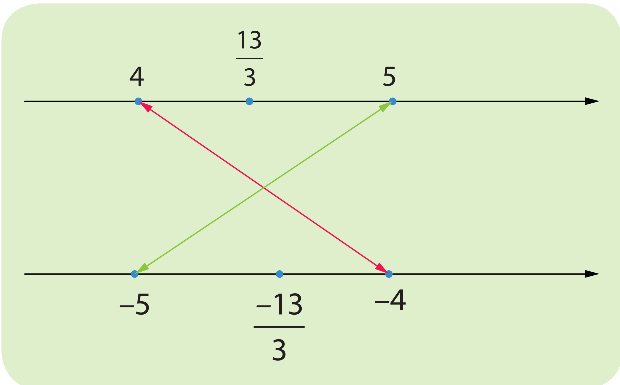
Un exemple pour comprendre : cherchons à encadrer la fraction $\frac{13}{3} = 4,33333\ldots$

Précision	Représentation sur une droite graduée	Encadrement	Valeur approchée par défaut	Valeur approchée par excès
À l'unité		$4 < \frac{13}{3} < 5$	4	5
Au dixième près		$4,3 < \frac{13}{3} < 4,4$	4,3	4,4
Au centième près		$4,33 < \frac{13}{3} < 4,34$	4,33	4,34

Si la fraction est négative

On calcule les valeurs approchées par défaut et par excès de la valeur absolue de la fraction.
À un rang donné :
- la valeur approchée par défaut de la fraction est alors l'opposé de la valeur approchée par excès obtenue.
- la valeur approchée par excès de la fraction est alors l'opposé de la valeur approchée par défaut obtenue.

Un exemple pour comprendre : cherchons à encadrer la fraction $-\frac{13}{3} = -4,33333\ldots$



$4 < \frac{13}{3} < 5$

mais

$-5 < \frac{-13}{3} < -4$

3. LA CARTE DU CHAPITRE

- **Des nombres qui s'organisent**
  - Rappel
    - Diviseurs et multiples
    - Nombres premiers
    - Factorisation première
  - PPCM PGCD
    - L'un est multiple de l'autre
      - PGCD : le + petit
      - PPCM : le + grand
    - Premiers entre eux
      - PGCD : 1
      - PPCM : produit des deux
    - Décomposition en facteurs premiers
      - PGCD : commun avec + petits exposants
      - PPCM : tous avec + grands exposants
    - Utilisation de la formule $a \cdot b = PGCD(a, b) \cdot PPCM(a,b)$
  - Division euclidienne
    - $D = d \cdot q + r$ avec $r < d$
    - $\frac{D}{q} = d + \frac{r}{q}$ avec $r < d$
  - Comparer des fractions
    - Logique!
    - Même dénominateur
    - Même numérateur
  - Fractions particulières
    - Fractions égales à 1, –1, 0
    - Fractions qui n'existent pas
  - Encadrer une fraction
    - VAE
    - VAD

4. AI-JE BIEN COMPRIS ?

1. **Quels sont les 5 symboles qui existent et qui permettent de comparer des nombres ? Donne un exemple pour chacun d'eux.**

2. **Explique avec tes mots comment arrondir un nombre.**

3. **Vrai ou faux, corrige les propriétés fausses et donne un exemple pour chacune.**

a) Une fraction est **égale à son numérateur** si son **dénominateur** vaut **1**.

b) Une fraction est **égale à –1** si son **numérateur** et son **dénominateur** sont **égaux**.

c) Une fraction vaut **0** si son **dénominateur** est égal à **0**.

d) Une fraction est **égale à 1** si son **numérateur** et son **dénominateur** sont **opposés**.

e) Une fraction **n'existe pas** si son **dénominateur** vaut **0**.

f) 2,65 est la VAE de $\frac{7}{3}$.

g) 1 divise tous les nombres.

h) 0 n'est multiple d'aucun nombre.

i) Tous les nombres sont divisibles par eux-mêmes.

j) $93 = 9 \cdot 9 + 12$ est correct et est un exemple de la division euclidienne.

k) Le PGCD et le PPCM de deux nombres différents peuvent être les mêmes.

4. **Explique comment trouver le plus rapidement possible le PPCM et le PGCD de 9 et 18.**

5. **Explique comment trouver le plus rapidement possible le PPCM et le PGCD de 9 et 8.**

6. **Quelle est la relation de la division euclidienne ?**

7. **Quelles sont les 2 questions à se poser avant d'effectuer la décomposition en facteurs premiers pour trouver les PGCD et PPCM ?**

D'autres rubriques dans le cahier:

Travaille tes compétences — Cahier 26

Prépare ton évaluation — Cahier 31

Mathématiques sans frontières — Cahier 30

Exercices supplémentaires — Cahier 32

Nombres | Géométrie | Grandeurs | Traitement de données

La petite gazette

Un nombre secret

Mais que ce cache-t-il derrière ce nombre de 232 chiffres : 1550880802783769298 4 *(les chiffres intermédiaires sont volontairement masqués)* 27001573996 2374529363251827 ? C'est grâce à ce nombre mystérieux que la sécurité des transactions financières est assurée… Les banques utilisent un système de cryptage complexe de leurs données afin d'éviter qu'elles ne soient transmises à des personnes mal intentionnées. La cryptographie est une discipline qui étudie les techniques des codes secrets. Un des plus anciens est le « code de Jules César » : on décalait les lettres d'un mot de plusieurs rangs dans l'alphabet. Ainsi, le mot « banque » devenait « dcpswg » (chaque lettre étant décalée de 2 rangs). Pour décoder le message, il suffisait de reculer du nombre de rangs. Ce code est très facile à casser et ne sera évidemment pas utilisé par les banques … Le secret du nombre ? Il s'agit du produit de deux nombres premiers. Mais n'essaie pas de les trouver. La dernière personne qui a réussi à casser l'ancien code s'est vu infliger une peine de dix mois de prison pour violation du secret bancaire.

Les femmes et les mathématiques

En première année, tu as découvert les portraits des plus grands mathématiciens que tu rencontreras durant ta scolarité.

Étonnamment, pas une seule femme. La raison est tristement simple : jusqu'il y a peu, les femmes avaient difficilement accès aux études. Pour pouvoir faire des études, elles devaient être issues de familles fortunées, montrer de très fortes capacités intellectuelles et, surtout, résister aux pressions qui leurs imposaient une voie tracée (mariage ou couvent).
Heureusement, certaines ont pu y résister. D'autres ont été soutenues par leur famille (généralement celles de grands scientifiques). Nous allons faire leur connaissance dans cette rubrique que tu retrouveras dans toutes les *petites gazettes*.

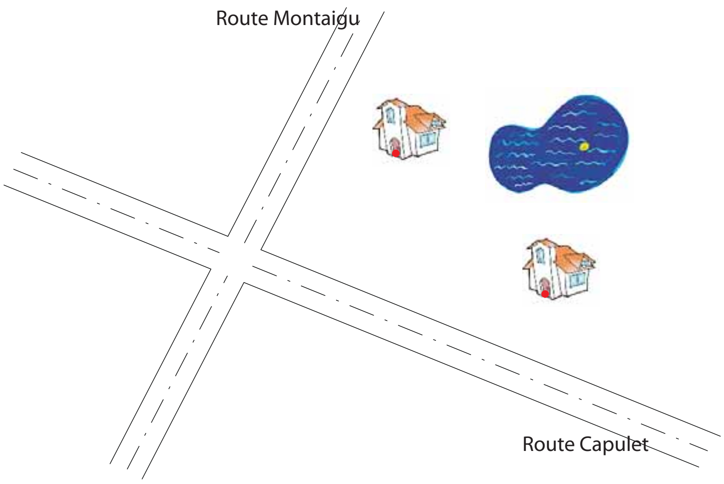
Mathématique d'en haut

Mais à quoi peuvent donc bien servir les mathématiques ? Pourquoi continue-t-on encore à chercher en mathématique alors qu'apparemment cela ne sert à rien ? Quels sont les domaines de recherche en mathématiques ?
Tant de questions qui restent mystérieuses… Sans mathématiques, l'homme ne peut créer de nouvelles technologies. En effet, les nouvelles technologies sont de plus en plus complexes et il est indispensable de faire évoluer les outils actuels. Ceux-ci deviennent de plus en plus performants, mais nettement plus complexes. À travers la présentation succincte de quelques domaines d'études, tu découvriras la richesse des mathématiques et quelques applications parfois inattendues.

CHAPITRE 2 DES FIGURES, DES DISTANCES ET DES POSITIONS

1. TÂCHE DE COMPÉTENCE CIBLE

Roméo et Juliette habitent encore chez leurs parents et veulent construire leur nouvelle maison. Celle-ci devra être à égale distance des routes Montaigu et Capulet. Bien entendu, leur nouvelle demeure sera aussi à la même distance de celle de leurs parents.



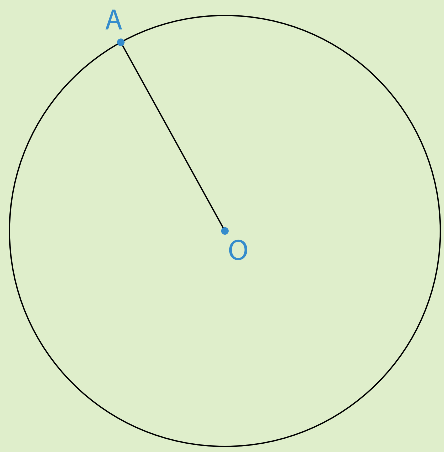
2. THÉORIE

LE COURS THÉORIQUE

A. Définition d'un lieu géométrique

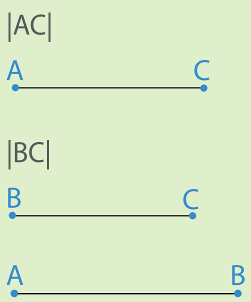
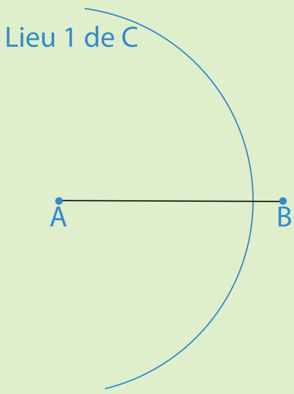
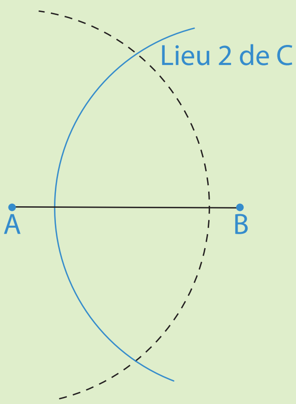
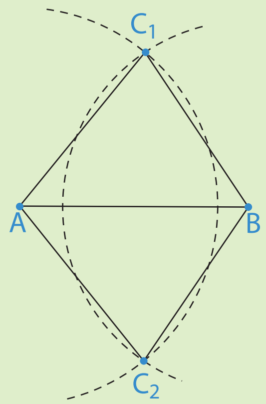
- Un **lieu géométrique** est un ensemble de points qui satisfont à une condition donnée.

Exemple :
En première, on a étudié le **cercle** comme étant le lieu des points situés à une distance donnée (le rayon) d'un point (le centre).



- On utilise la **méthode des deux lieux** pour résoudre des problèmes de construction.
  1. On ramène le problème à la construction d'*un seul point*.
  2. On divise la condition en *deux parties* telles que chacune d'elles fournisse un lieu géométrique pour le point inconnu. On obtient ainsi *deux lieux pour un même point*.
  3. L'intersection des deux lieux donnera la *solution* du problème.

Exemple :
En première, on a utilisé la méthode des deux lieux pour construire un triangle connaissant les mesures de ses côtés.

Construire un triangle connaissant les mesures de ses côtés.			
On donne trois mesures |AB|, |AC| et |BC|.  On trace un segment de longueur |AB|.	 En traçant un cercle centré en A et de rayon |AC|, on détermine le premier lieu de C.	 En traçant un cercle centré en B et de rayon |BC|, on détermine le deuxième lieu de C.	 L'intersection des deux lieux donnera les positions du troisième sommet du triangle.

B. Utiliser les lieux géométriques pour retrouver des points

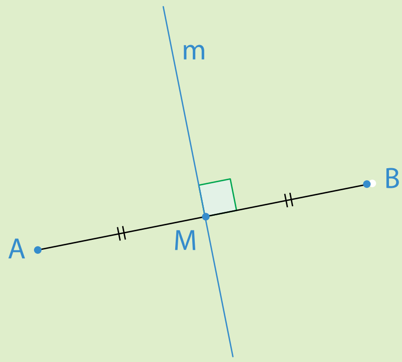
B.1. Équidistance à deux points

Pour trouver les points situés à la même distance de 2 points,
Il faut tracer la médiatrice du segment.

- En première année, on a vu :

La **médiatrice** d'un segment est la droite perpendiculaire au segment passant par son milieu.

m est la médiatrice de $[AB] \Leftrightarrow m \perp [AB]$ et $M \in m$ (avec M milieu de $[AB]$)



- Dans le chapitre 1 « Des figures en mouvement », on a également vu que l'on pouvait la définir autrement.

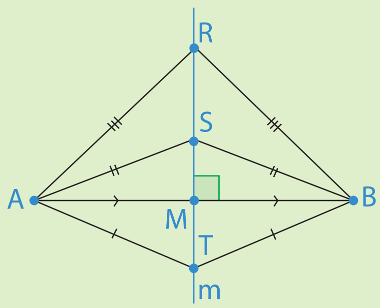
La **médiatrice** d'un segment est l'axe de symétrie du segment.

m est la médiatrice de $[AB] \Leftrightarrow S_m([AB]) = [AB]$

- La médiatrice d'un segment peut également être interprétée comme un lieu géométrique grâce à une propriété.

La **médiatrice** d'un segment est le lieu géométrique
des points équidistants des extrémités de ce segment.

m est la médiatrice de $[AB] \Leftrightarrow$ les points de m sont équidistant à A & B

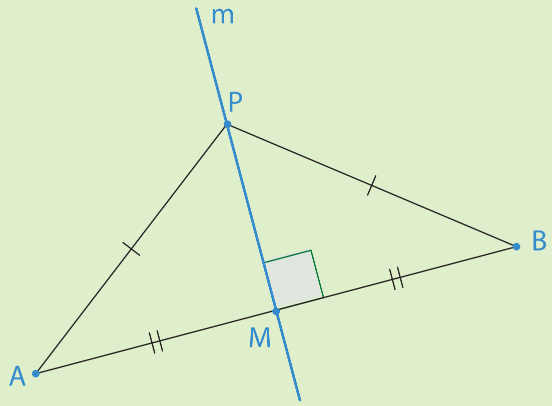


m : médiatrice de [AB]

Cette propriété contient deux éléments fondamentaux.

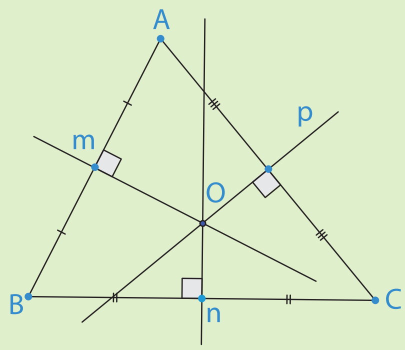
1. *Si un point P appartient à la médiatrice du segment [AB], alors P est à égale distance des extrémités de ce segment. C'est-à-dire que $|PA| = |PB|$; on dira aussi que P est équidistant de A et de B.*
2. *Si un point est équidistant des extrémités d'un segment, alors ce point appartient à la médiatrice de ce segment.*

Ce qui se traduit par :
$P \in$ médiatrice de $[AB] \Leftrightarrow |PA| = |PB|$



B.2. Équidistance à trois points

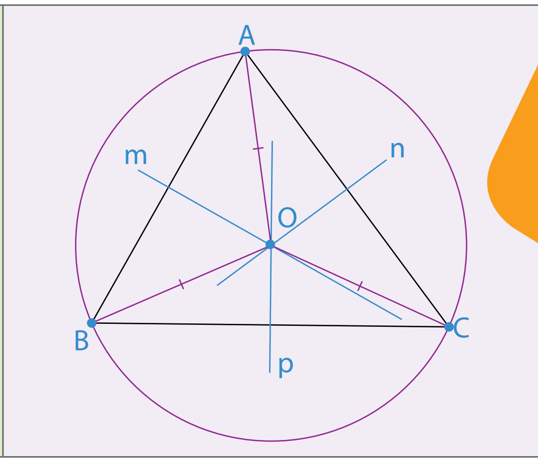
Pour déterminer le point situé à égale distance de trois points donnés, il suffit de déterminer le centre du cercle circonscrit au triangle formé par les trois points. En travaillant de manière économique, on construit deux médiatrices. La troisième passera obligatoirement par l'intersection des deux autres..

Les médiatrices d'un triangle sont concourantes.		
On connaît ABC un triangle ; *m* : médiatrice de [AB] ; *n* : médiatrice de [BC] et *p* : médiatrice de [AC]. **On veut prouver** $m \cap n \cap p = \{O\}$ **On prouve** Soit O l'intersection de *m* et *n*. On veut montrer que O appartient à *p*. Comme $O \in m : |OA| = |OB|$ (*propriété de la médiatrice*). Comme $O \in n : |OB| = |OC|$ (*propriété de la médiatrice*). De ces deux égalités, on en déduit que $|OA| = |OC|$. C'est-à-dire que O appartient à la médiatrice de [AC].	La démonstration est donnée pour informaiton.	

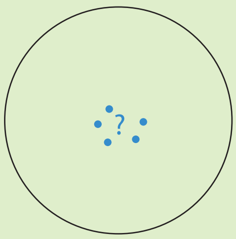
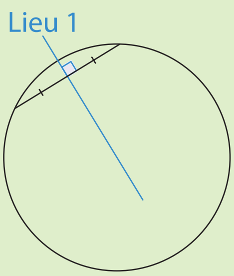
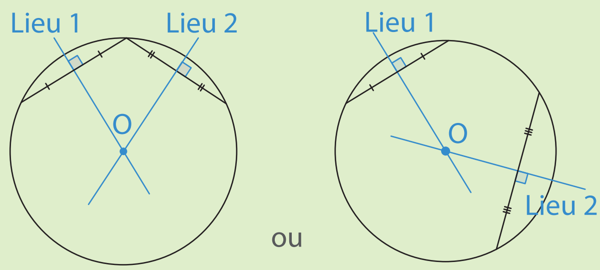
- Comme les trois médiatrices d'un triangle sont concourantes, les trois sommets seront situés à égale distance du point d'intersection.
- Ce point sera le centre d'un cercle passant par les trois sommets : le cercle **circonscrit** au triangle (le triangle se trouve à l'intérieur du cercle).

Si $\left[\begin{array}{l} m \text{ médiatrice de } [AB] \\ n \text{ médiatrice de } [AC] \\ p \text{ médiatrice de } [BC] \end{array}\right.$ et $m \cap n \cap p = \{O\}$,

alors $|OA| = |OB| = |OC|$
= rayon du cercle circonscrit au triangle



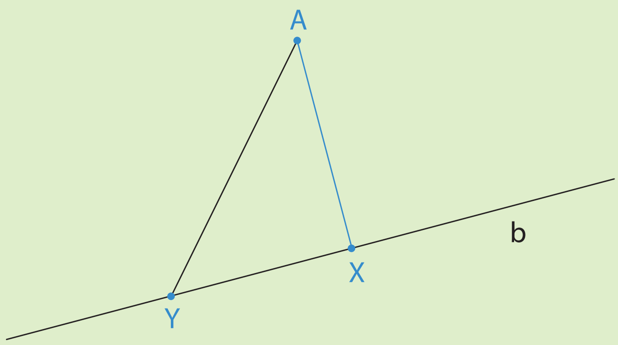
Comment retrouver le centre d'un cercle ?

Où se trouve le centre du cercle ?	**1.** On trace la médiatrice d'une corde. Le centre appartient à ce premier lieu.	**2.** On trace la médiatrice d'une deuxième corde (= deuxième lieu). Le centre du cercle est à l'intersection des deux lieux.
		
		Remarque : la 2^e corde ne doit pas être parallèle à la première.

B.3. Distance entre un point et une droite

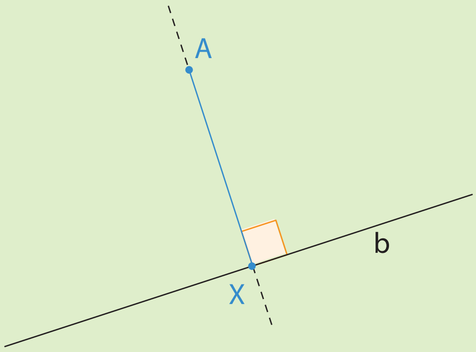
- On définit la **distance** entre le point A et la droite *b* comme étant la plus courte distance entre A et un point de la droite. Cette distance sera notée d (A, *b*).

$d\,(A, \mathrm{b}) = |AX|$ *avec* $X \in \mathrm{b}$ *et pour tous les points* Y *de* b, *on a* $|AX| < |AY|$.



- On admettra le résultat suivant :
  La distance entre un point et une droite est la distance entre le point et sa projection orthogonale sur la droite.

d (*A*, b) = |*AX*| *avec X projection orthogonale de A sur* b.

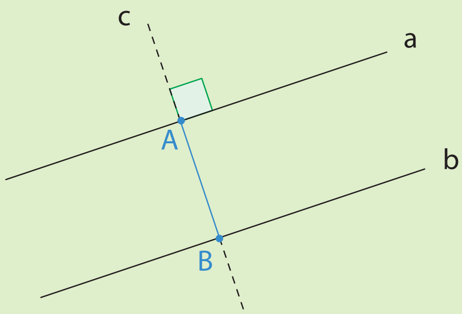


B.4. Équidistance à deux droites

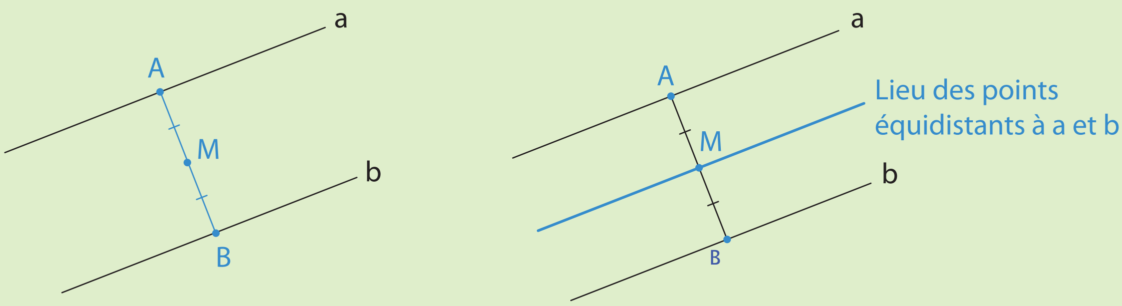
a) Équidistance entre deux droites parallèles

- Si deux droites *a* et *b* sont parallèles, toute droite *c* perpendiculaire aux droites déterminera deux points A et B ayant une longueur constante, et ce quelle que soit la position de la droite *c*. Ce sera la distance entre les deux droites parallèles.

Si a // b, *alors d* (a, b) = |*AB*| *avec AB perpendiculaire aux droites* a *et* b (*A* ∈ a *et B* ∈ b).



- Comme la longueur |AB| est constante, le milieu M du segment [AB] sera toujours **équidistant** aux droites *a* et *b* : d (M, *a*) = d (M, *b*).
- Le lieu de M sera une droite parallèle aux deux droites et située « à mi-chemin des deux » ; il s'agit de **l'axe médian**.



Pour trouver les points situés à la même distance de 2 droites parallèles, Il faut tracer l'axe médian.

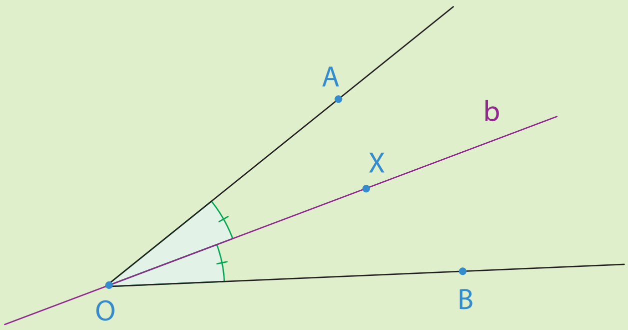
b) Équidistance à deux droites sécantes

Pour trouver les points situés à la même distance de 2 droites sécantes (ou des côtés d'un angle), il faut tracer la bissectrice de l'angle.

- En première année, on a vu :

la **bissectrice** d'un angle est la droite qui coupe l'angle en deux angles de même amplitude.

b *est la bissectrice de* $\widehat{AOB} \Leftrightarrow X \in$ *b, alors* $|\widehat{AOX}| = |\widehat{XOB}|$



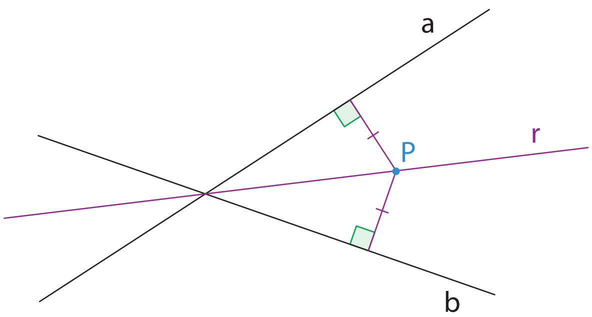
- Dans le chapitre 1 « Des figures en mouvement », on a également vu que l'on pouvait la définir autrement.

La **bissectrice** d'un angle déterminé par deux droites sécantes est l'axe de symétrie de l'angle.

b *est la bissectrice de* $\widehat{AOB} \Leftrightarrow S_b\,(A\hat{O}X) = (B\hat{O}X)$

- La bissectrice d'un angle peut également être interprétée comme un lieu géométrique grâce à une propriété.

La **bissectrice** d'un angle déterminé par deux droites sécantes est le lieu géométrique des points équidistants de ces deux droites.



Cette propriété contient deux éléments fondamentaux qui serviront dans la résolution des exercices.

1. *Si un point P appartient à la bissectrice* r *de l'angle formé par les droites* a *et* b*, alors P est à égale distance des droites a et* b*. C'est-à-dire que d (P,* a*) = d (P,* b*) ; on dira aussi que P est équidistant de* a *et de* b.
2. *Si un point est équidistant à deux droites sécantes, alors ce point appartient à la bissectrice de l'angle déterminé par les deux droites sécantes.*

Ce qui se traduit par :
P∈ bissectrice l'angle ⇔ P équidistant aux côtés de l'angle.

Commentaire

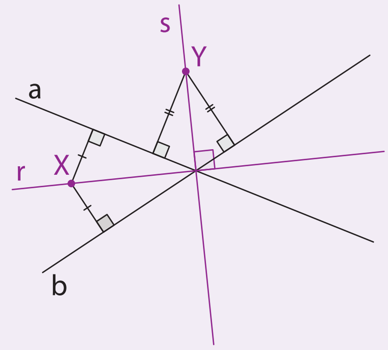
Dans le chapitre 1, tu as appris que deux droites sécantes *a* et *b* possèdent **deux** axes de symétrie. Ces deux axes sont perpendiculaires. Il s'agit des deux bissectrices *r* et *s* des angles déterminés par les droites *a* et *b*.

r et *s* sont les bissectrices des angles déterminés par les droites sécantes *a* et *b*.

$\Leftrightarrow$

$S_r(a) = b$ et $S_s(a) = b$

$X \in r$ et $Y \in s : d(X, a) = d(X, b)$ et $d(Y, a) = d(Y, b)$



B.5. Équidistance à trois droites

Pour déterminer le point situé à égale distance de trois droites données, il suffit de déterminer le centre du cercle inscrit au triangle formé par les trois droites. En travaillant de manière économique, on construit deux bissectrices. La troisième passera obligatoirement par l'intersection des deux autres.

Les bissectrices d'un triangle sont concourantes.

On connaît

ABC un triangle ;
a : bissectrice de $\hat{A}$; *b* : bissectrice de $\hat{B}$;
c : bissectrice de $\hat{C}$.

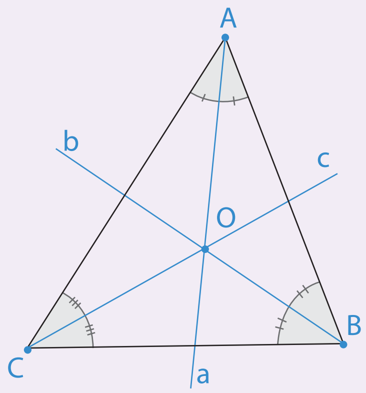
On veut prouver

$a \cap b \cap c = \{O\}$

On prouve

Soit O l'intersection de *a* et *b*. On veut montrer que O appartient à *c*.
Comme $O \in a : d(O, AB) = d(O, AC)$ (propriété de la bissectrice).
Comme $O \in b : d(O, AB) = d(O, BC)$ (propriété de la bissectrice).
De ces deux égalités, on déduit :
$d(O, AC) = d(O, BC)$.
C'est-à-dire que O appartient également à la bissectrice de $\hat{C}$.

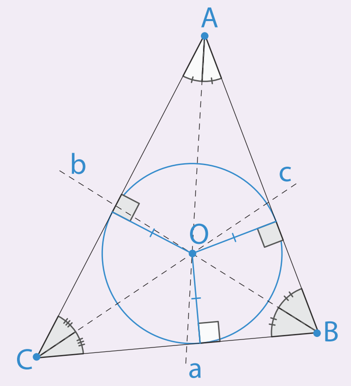
La démonstration est donnée pour information.



- Comme les trois bissectrices d'un triangle sont concourantes, les trois côtés seront situés à égale distance du point d'intersection.
  Les projections orthogonales du point sur les trois côtés du triangle détermineront trois points situés à égale distance du point O.
  On pourra tracer ainsi un cercle tangent (voir la partie « positions d'une droite et d'un cercle ») aux trois côtés du triangle. Ce sera le cercle **inscrit** au triangle.

Si $\begin{cases} a \text{ bissectrice de } \widehat{CAB} \\ b \text{ bissectrice de } \widehat{ABC} \\ c \text{ bissectrice de } \widehat{ACB} \end{cases}$ et $\{O\} = a \cap b \cap c$,

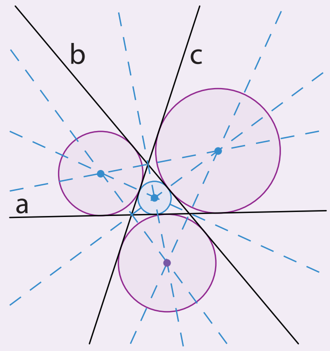
alors $d(O,AB) = d(O,AC) = d(O,BC)$
= *rayon du cercle inscrit au triangle*



Commentaire

En traçant toutes les bissectrices à trois droites 2 à 2 sécantes, on obtiendra 4 points d'intersection.

- Le premier est le centre du cercle inscrit (en bleu).
- Les trois autres sont les centres des cercles exinscrits (en mauve). Ces centres sont également équidistants aux droites *a*, *b* et *c*.



C. Problèmes de positions

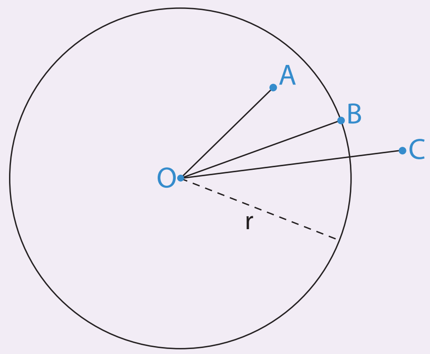
C.1. Rappel : positions d'un point et d'un cercle

- Soit un cercle de centre O et de rayon r ainsi qu'un point du plan. Selon la position du point par rapport au cercle, on a trois relations métriques.

Si A est à l'intérieur du cercle, alors $|OA| < r$.

Si B appartient au cercle, alors $|OB| = r$.

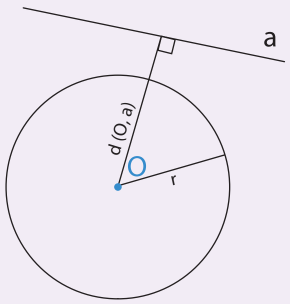
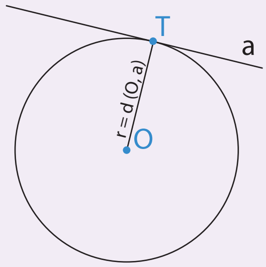
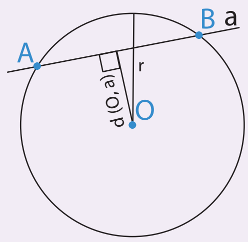
Si C est à l'extérieur du cercle, alors $|OC| > r$.



C.2. Positions relatives d'une droite et d'un cercle

Définitions

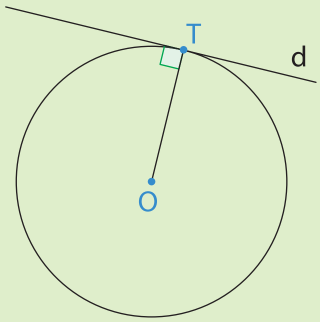
- Soit un cercle de centre O et de rayon r ainsi qu'une droite d appartenant au plan.
  Il existe trois positions relatives de la droite par rapport au cercle.

La droite est **extérieure** au cercle.	La droite est **tangente** au cercle.	La droite est **sécante** au cercle.
		
La droite et le cercle n'ont aucun point commun. En terme de distance : d (O, *a*) > r	La droite et le cercle ont un et un seul point commun. En terme de distance : d (O, *a*) = r	La droite et le cercle ont deux points communs. En terme de distance : d (O, *a*) < r

Propriété de la droite tangente à un cercle

- Une droite tangente à un cercle possède une propriété très utile pour construire une tangente à un cercle au départ d'un de ses points.

Si une droite d est tangente en T à un cercle de centre O,
alors la droite est perpendiculaire au rayon OT.



Pour construire la tangente à un cercle au départ d'un point du cercle, il suffit donc de tracer la perpendiculaire au rayon.

Construire la tangente à un cercle au départ d'un point qui lui est extérieur

Soit un cercle de centre O et un point A extérieur au cercle.
On cherche à construire une tangente au cercle passant par le point A.

a. Supposons le problème résolu

T est l'intersection de la tangente avec le cercle.
On a donc AT ⊥ OT.

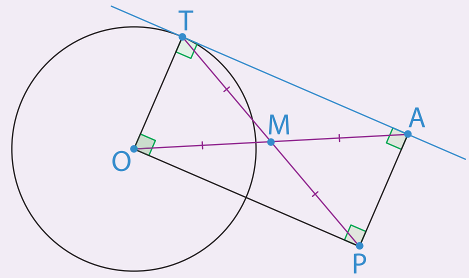
OTA est un triangle rectangle. C'est-à-dire une moitié du rectangle OTAP.

Or, dans un rectangle, les diagonales sont de même longueur et se coupent en leur milieu.

Donc |MT| = |MO| = |MA| ou encore les points O, A et T appartiennent à un cercle de centre M.

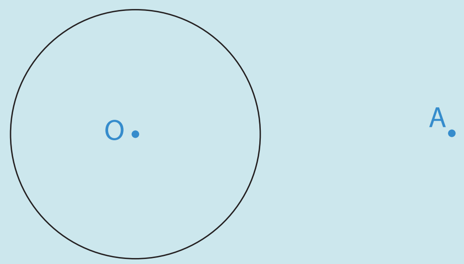
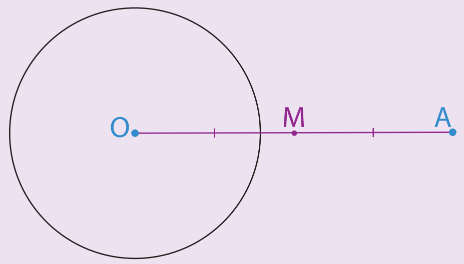
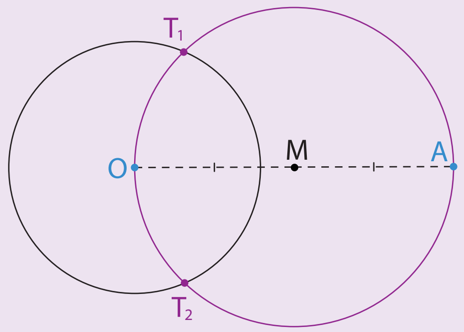
Conclusion
Pour construire la tangente AT au cercle de centre O, il faut :
- dessiner le segment [OA] et repérer son milieu M ;
- ensuite dessiner le cercle de centre M et de rayon [MO].

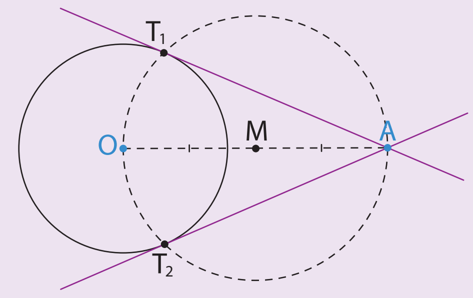
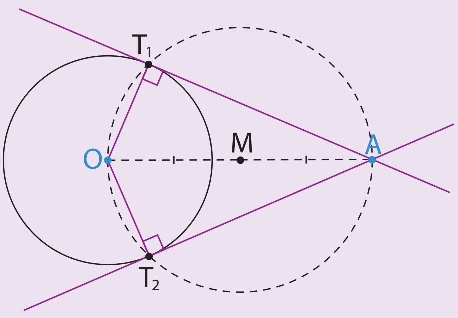
L'intersection du cercle de centre M et du cercle donné sera le point T.



b. Construction de la tangente

Appliquons ce que nous venons de voir.

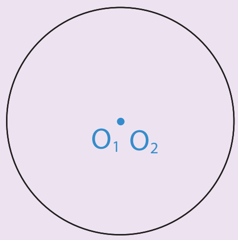
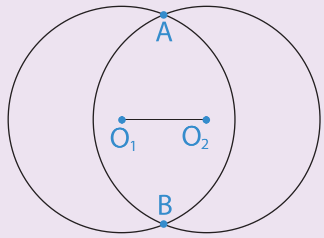
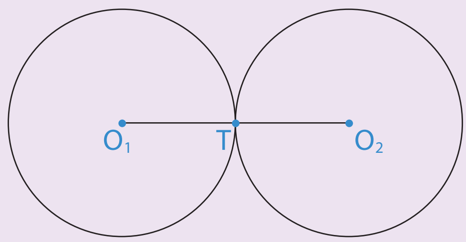
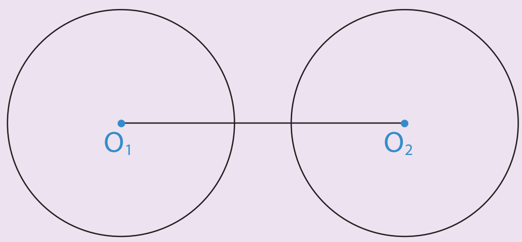
	Pour construire la tangente à un cercle au départ d'un point qui lui est extérieur :	
1	On dessine le segment [OA] et on repère son milieu M.	
2	On dessine le cercle $\mathscr{C}$(M, |OM|). Il y aura deux intersections T_1 et T_2.	

3	On trace les droites AT_1 et AT_2.	
4	Les droites AT_1 et AT_2 sont les deux tangentes aux cercles.	

C.3. Positions relatives de deux cercles

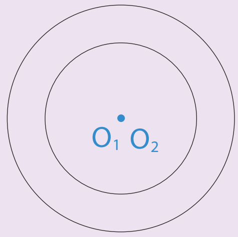
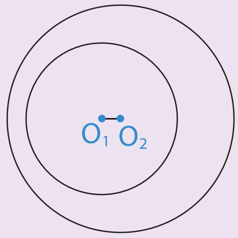
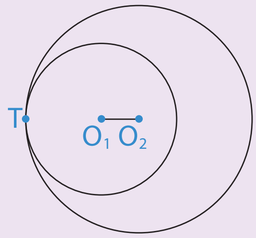
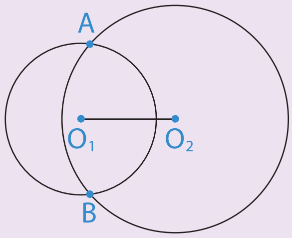
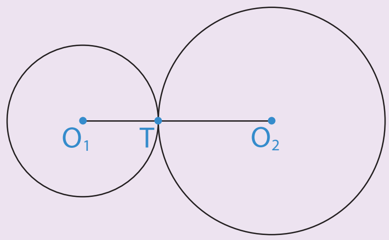
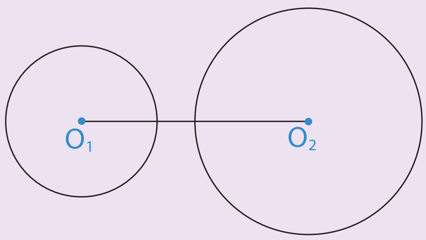
a) Positions relatives de deux cercles de même rayon

Soit deux cercles de centre O_1 et O_2 de même rayon r.
Il existe 4 positions relatives des cercles.

Confondus	Condition : $\lvert O_1O_2 \rvert = 0$	
Sécants	Deux intersections Condition : $0 < \lvert O_1O_2 \rvert < 2r$	
Tangents extérieurement	Une intersection Condition : $\lvert O_1O_2 \rvert = 2r$	
Disjoints	Aucune intersection Condition : $\lvert O_1O_2 \rvert > 2r$	

b) Positions relatives de deux cercles de rayons différents

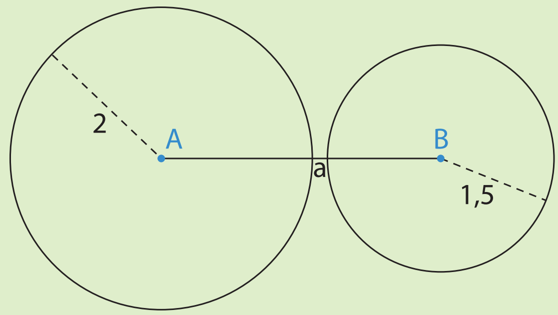
Soit un cercle de centre O_1 et de rayon r_1 ainsi qu'un cercle de centre O_2 et de rayon r_2 (avec $r_1 < r_2$).
Il existe 6 positions relatives des cercles.

Concentriques	Aucun point commun Condition : $\lvert O_1O_2 \rvert = 0$	
Disjoints intérieurement	Aucun point commun Condition : $0 < \lvert O_1O_2 \rvert < r_2 - r_1$	
Tangents intérieurement	Un point commun Condition : $\lvert O_1O_2 \rvert = r_2 - r_1$	
Sécants	Deux points communs Condition : $r_2 - r_1 < \lvert O_1O_2 \rvert < r_2 + r_1$	
Tangents extérieurement	Un point commun Condition : $\lvert O_1O_2 \rvert = r_2 + r_1$	
Disjoints extérieurement	Aucun point commun Condition : $\lvert O_1O_2 \rvert > r_2 + r_1$	

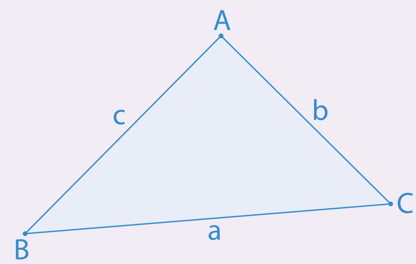
c) Inégalité triangulaire

- Lors de la construction d'un triangle connaissant la mesure des trois côtés, on détermine l'intersection de deux cercles.
  Les positions relatives de deux cercles permettent donc de justifier l'impossibilité de construire certains triangles.

Exemple :
Il est impossible de construire un triangle dont les côtés ont pour longueur 3,7 cm, 2 cm et 1,5 cm car les deux cercles $\mathscr{C}_1$ (A, 2) et $\mathscr{C}_2$ (B, 1,5) n'ont pas d'intersections (avec $|AB| = 3,7$).



- En appliquant les conditions relatives à l'intersection de deux cercles sécants dans un triangle, on obtiendra les **inégalités triangulaires**.

<table>
<tr><th colspan="2">Dans un triangle, la mesure d'un côté est strictement comprise entre la différence (positive) et la somme des mesures des deux autres côtés.</th></tr>
<tr><td>Dans le triangle ABC, on aura toujours les inégalités suivantes :
• $|b - c| < a < b + c$
• $|a - c| < b < a + c$
• $|a - b| < c < a + b$</td><td>
</td></tr>
</table>

Commentaire

Il n'est pas nécessaire de vérifier TOUTES les inégalités.
Supposons que l'on demande de construire un triangle dont les côtés mesurent 8, 9 et 6 cm.

Pour pouvoir construire le triangle, on doit vérifier : $\begin{cases} 8 < 9 + 6 \\ 9 < 8 + 6 \\ 6 < 8 + 9 \end{cases}$

La première inégalité est évidente (8 < 9) ; la dernière également (6 < 9). Il suffit donc de vérifier la deuxième : $9 < 8 + 6$.

Les inégalités triangulaires peuvent donc se simplifier en :

Dans un triangle, la mesure du plus grand côté est strictement comprise entre la différence (positive) et la somme des mesures des deux autres côtés.
Si c est la mesure du plus grand côté d'un triangle, alors $|a - b| < c < a + b$.

3. LA CARTE DU CHAPITRE

4. AI-JE BIEN COMPRIS ?

1. Voici une série de propositions. Détermine si elles sont VRAIES ou FAUSSES. Justifie ta réponse.

a) La droite AB est un axe de symétrie de la médiatrice de [AB].
b) La distance entre un point et une droite est la distance entre le point et n'importe quel point de la droite.
c) Le centre du cercle circonscrit à un triangle est déterminé grâce à l'intersection des bissectrices.
d) Le lieu des points équidistants à deux droites parallèles est une droite perpendiculaire aux deux droites.
e) Deux droites sécantes possèdent deux bissectrices.
f) Un diamètre est une droite sécante à un cercle.
g) Un axe de symétrie d'une corde d'un cercle est un diamètre de ce cercle.
h) Si deux cercles ont trois points en commun, alors ils sont confondus.
i) La longueur de la corde commune à deux cercles sécants est égale à la distance des centres.
j) On peut construire deux triangles isocèles différents dont les côtés mesurent 2 cm et 5 cm.

2. Donne les 3 définitions de la médiatrice d'un segment.

3. Donne les 3 définitions de la bissectrice d'un angle.

4. Explique comment trouver la tangente à un cercle.

5. Qu'est-ce que l'inégalité triangulaire ?

6. Quelles sont le 6 positions que peuvent prendre deux cercles ? Explique.

D'autres rubriques dans le cahier:

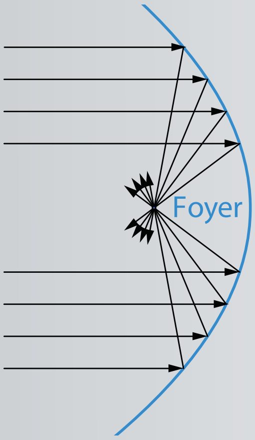
Travaille tes compétences — 269 Cahier
Mathématiques sans frontières — 273 Cahier
Prépare ton évaluation — 274 Cahier
Exercices supplémentaires — 276 Cahier

La petite gazette

Des objets mathématiques du quotidien

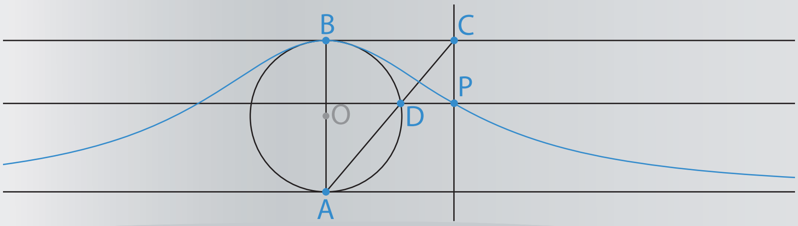
- Qu'ont en commun un ballon de rugby, un phare de voiture, le toit d'une station de métro parisien ou encore un cornet de glace ?
Tous ces objets sont constitués de courbes mathématiques appelées coniques : ce sont les ellipses, paraboles, hyperboles ou cercles. Ces courbes sont décrites simplement en termes de lieux géométriques.
Les propriétés de ces courbes permettent, entre autres, à deux personnes éloignées de parler facilement sans que personne ne les écoute (ellipses) ou encore à un four solaire de cuire un œuf (parabole).

Une antenne parabolique capte les ondes émises et les envoie vers un récepteur qui sera situé en son foyer.



Les femmes et les mathématiques : Maria Agnési

- Née en 1718 à Milan, Maria Agnési est considérée comme la première mathématicienne des Temps Modernes. Issue d'une riche famille qui avait fait fortune dans le commerce de la soie, elle a pu bénéficier très jeune des meilleurs professeurs. Dès son plus jeune âge, elle a manifesté un intérêt particulier pour les langues. Elle parlait français à 5 ans ; le grec, le latin, l'hébreu et l'espagnol à 13 ans.
Son père lui ayant interdit d'entrer dans les ordres, Maria Agnési consacra sa vie à étudier la philosophie et les mathématiques. Grâce à l'argent de son père, elle a pu financer la publication des Institutions analytiques à l'usage de la jeunesse italienne, que l'on pourrait considérer aujourd'hui comme un manuel scolaire servant à introduire les bases de l'analyse. Son nom restera éternellement associé à une courbe géométrique en forme de cloche : la sorcière d'Agnési.



Mathématique d'en haut : la géométrie algébrique

Ce 21 mai 2013, le Belge Pierre Deligne a reçu du roi Harald de Norvège le prestigieux prix Abel récompensant sa brillante carrière de mathématicien. Il a notamment été reconnu pour ses contributions fondamentales en géométrie algébrique.

Liée à la géométrie traditionnelle et à l'algèbre, la géométrie algébrique associe des objets (droites, courbes, surfaces…) à des équations algébriques placées dans un repère du plan ou de l'espace.

La géométrie algébrique n'a pas vraiment d'application dans notre quotidien. Il s'agit plutôt d'outils mathématiques puissants qui permettent de comprendre notamment la relativité générale décrite par Albert Einstein. Et par extension, elle permet également de mieux comprendre le fonctionnement de notre univers.

SYNTHÈSE SUR LES FIGURES PLANES

Les propriétés des figures planes vues en première année peuvent être maintenant complétées par les résultats des chapitres.

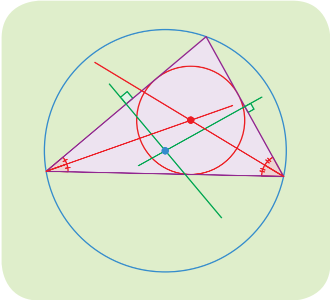
Un peu de logique
En mathématique, on dira que deux propositions sont **équivalentes** si on peut les lire dans les deux sens. Par exemple, les propositions « Le triangle est isocèle » et « le triangle a deux côtés de même mesure » sont équivalentes.

Premier sens de lecture	« Le triangle est isocèle » **Implique** « Le triangle a deux côtés de même mesure ».	**Si** « le triangle est isocèle », **alors** « le triangle a deux côtés de même mesure ».	« Le triangle est isocèle » $\Rightarrow$ « Le triangle a deux côtés de même mesure ».
Deuxième sens de lecture	« Le triangle a deux côtés de même mesure » **Implique** « Le triangle est isocèle ».	**Si** « le triangle a deux côtés de même mesure », **alors** « le triangle est isocèle ».	« Le triangle a deux côtés de même mesure » $\Rightarrow$ « Le triangle est isocèle ».
En résumé	« Le triangle est isocèle » **est équivalent à** « Le triangle a deux côtés de même mesure ».	« Le triangle est isocèle », **si et seulement si** « le triangle a deux côtés de même mesure ».	« Le triangle est isocèle » $\Leftrightarrow$ « Le triangle a deux côtés de même mesure ».

Les triangles

A. Triangle quelconque

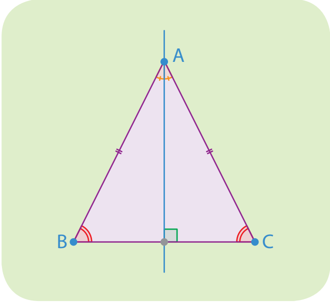
Dans tous triangles :
- la somme des amplitudes des angles vaut 180° ;
- l'amplitude d'un angle extérieur est égale à la somme des amplitudes des deux autres angles opposés ;
- la mesure d'un côté est strictement comprise entre la différence (positive) et la somme des mesures des deux autres côtés ;
- le centre du cercle circonscrit se trouve à l'intersection des médiatrices ;
- le centre du cercle inscrit se trouve à l'intersection des bissectrices.



B. Triangle isocèle

- Le triangle est isocèle.
- Le triangle a deux côtés de même mesure.
- Le triangle a deux angles de même amplitude.
- Le triangle a 1 axe de symétrie (qui est à la fois médiane, hauteur, bissectrice et médiatrice).

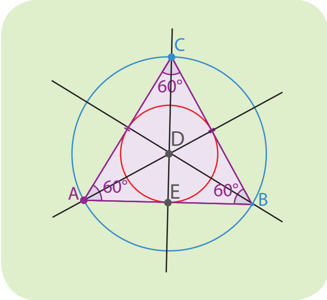
Les propositions sont équivalentes.



C. Triangle équilatéral

- Le triangle est équilatéral.
- Le triangle a ses trois côtés de même mesure.
- Le triangle a ses trois angles de même amplitude.
- Le triangle a 3 axes de symétrie (qui sont à la fois médiane, hauteur, bissectrice et médiatrice).

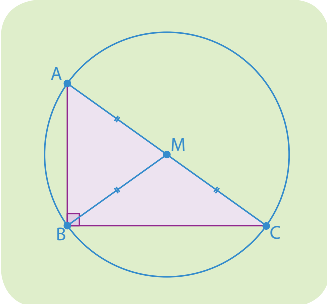
Les propositions sont équivalentes.



D. Triangle rectangle

- Le triangle est rectangle.
- Le triangle a un angle droit.
- Le milieu d'un côté est le centre du cercle circonscrit (ce côté est appelé hypoténuse).

Les propositions sont équivalentes.



Les quadrilatères

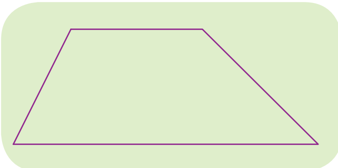
A. Quadrilatère quelconque

Dans tous quadrilatères, la somme des amplitudes des angles intérieurs vaut 360°.

B. Le trapèze

- Le quadrilatère et un trapèze.
- Le quadrilatère a 2 côtés parallèles

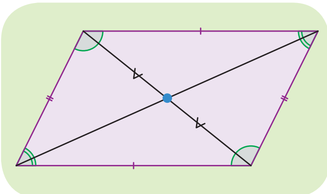
Les propositions sont équivalentes.



C. Le parallélogramme

- Le quadrilatère est un parallélogramme.
- Le quadrilatère a ses côtés opposés de même longueur.
- Le quadrilatère a ses côtés opposés parallèles.
- Le quadrilatère a ses angles opposés égaux.
- Le quadrilatère a ses angles successifs supplémentaires.
- Les diagonales du quadrilatère se coupent en leur milieu.
- Le quadrilatère possède un centre de symétrie (l'intersection des diagonales).

Les propositions sont équivalentes.

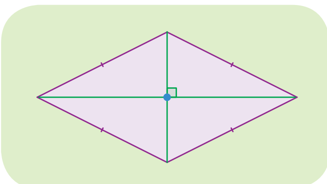


Remarque : tous les parallélogrammes sont des trapèzes.

D. Le losange

- Le quadrilatère est un losange.
- Le quadrilatère a ses côtés de même longueur.
- Les diagonales du quadrilatère sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu.
- Le quadrilatère possède un centre de symétrie (l'intersection des diagonales) et deux axes de symétrie (les diagonales).

Les propositions sont équivalentes.

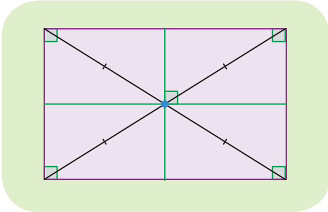


Remarque : tous les losanges sont des parallélogrammes (et donc des trapèzes).

E. Le rectangle

- Le quadrilatère est un rectangle.
- Le quadrilatère possède quatre angles droits.
- Les diagonales du quadrilatère sont de même longueur et se coupent en leur milieu.
- Le quadrilatère possède un centre de symétrie (l'intersection des diagonales) et deux axes de symétrie (les médianes).

Les propositions sont équivalentes.

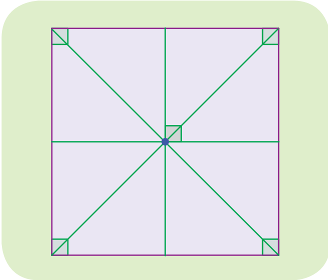


Remarque : tous les rectangles sont des parallélogrammes (et donc des trapèzes).

F. Le carré

- Le quadrilatère est un carré.
- Le quadrilatère possède quatre angles droits et a ses côtés de même longueur.
- Les diagonales et les médianes du quadrilatère sont de même longueur, perpendiculaires et se coupent en leur milieu.
- Le quadrilatère possède un centre de symétrie (l'intersection des diagonales) et quatre axes de symétrie (les diagonales et les médianes).
- Le quadrilatère est un rectangle et un losange.

Les propositions sont équivalentes.



Remarque : tous les carrés sont des trapèzes, des parallélogrammes, des losanges et des rectangles.