+ EXERCICES INTERACTIFS

SCOODLE

MATHÉMATIQUES

G. Leenaers
G. Sluiter
V. Wuyts

CROC'MATH 3B

LIVRE-CAHIER

Plantyn

Croc'Math, une méthode qui fait AIMER LES MATHS

Croc'Math, c'est la méthode de mathématiques axée sur :

- Le plaisir de la découverte
- Le sens des mathématiques

Croc'Math, une méthode FACILE À ADOPTER

Croc'Math est une collection qui accompagne l'élève de la 1re à la 3e secondaire.

Pour les élèves :

- 2 livres-cahiers par année (A et B)
- 1 Kit de l'élève reprenant manuels numériques, exercices interactifs et fiches de remédiation.

Pour l'enseignant :

- Un Kit du prof 100 % numérique reprenant conseils, corrigés, exercices supplémentaires, vidéos explicatives et une foule d'autres documents supplémentaires qui lui permettront de **différencier**.
- Une plateforme d'exercices interactifs permettant un suivi et un diagnostic à distance de chaque élève sous deux formes :
  - des exercices interactifs sur trois niveaux de difficultés pour chaque chapitre
  - des exercices interactifs (nommés AK) sur un niveau dont les consignes se modifient à chaque fois que l'élève souhaite s'entrainer. Ils sont donc inépuisables et l'élève peut s'entrainer à l'infini.

Croc'Math, une méthode COMPLÈTE

Élaborée dans le respect du nouveau référentiel de compétences, Croc'Math se divise en **chapitres**. Chaque chapitre appartient à une ou deux UAA :

- **UAA1 Figures isométriques et figures semblables**
- **UAA2 Triangle rectangle**
- **UAA3 Approche graphique d'une fonction**
- **UAA4 Premier degré**
- **UAA5 Outils algébriques**

CROC'MATH

Croc'Math, une méthode STRUCTURÉE


Chapitre 8
Premier degré

Matières abordées

Prérequis
1. Fonction affine, linéaire et constante
2. Rôle de m et p
3. Utilisation de la fonction du premier degré et de la fonction constante

Objectifs

Je serai capable de...

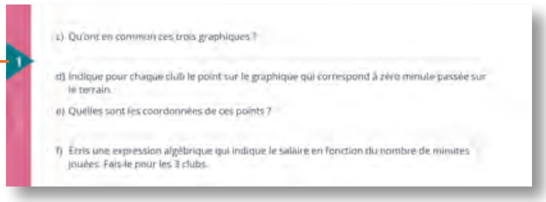
CONNAITRE
- Associer tableau de nombres, graphique et expression analytique.
- Identifier les paramètres m et p dans un tableau de nombres, sur un graphique ou à partir d'une expression analytique.
- Déterminer l'image d'un réel par une fonction du premier degré ou par une fonction constante.
- Vérifier qu'un point du plan appartient ou non au graphique d'une fonction du premier degré ou d'une fonction constante.

APPLIQUER
- Tracer le graphique d'une fonction du premier degré et d'une fonction constante.
- Déterminer les paramètres m et p d'une fonction répondant à certaines conditions.

TRANSFÉRER
- Traduire une situation contextualisée par une fonction du premier degré.
- Résoudre un problème qui nécessite l'utilisation de fonctions du premier degré.

Page de garde

La page de garde de chaque chapitre présente les matières abordées au sein du chapitre ainsi que les objectifs visés en fin de parcours.


c) Qu'ont en commun ces trois graphiques ?

d) Indique pour chaque club le point sur le graphique qui correspond à zéro minute passée sur le terrain.

e) Quelles sont les coordonnées de ces points ?

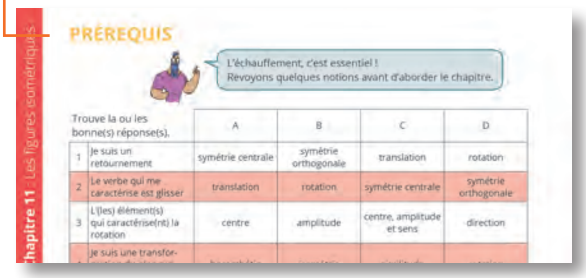
f) Écris une expression algébrique qui indique le salaire en fonction du nombre de minutes jouées. Fais-le pour les 3 clubs.

Onglets

Les onglets en bord de page permettent en un coup d'œil de se situer dans le chapitre.

Étape 1

Des préréquis permettant aux élèves de faire l'état des lieux de leurs connaissances.


Chapitre 11 - Les figures isométriques

PRÉREQUIS

Trouve la ou les bonne(s) réponse(s).		A	B	C	D
1	Je suis un retournement	symétrie centrale	symétrie orthogonale	translation	rotation
2	Le verbe qui me caractérise est glisser	translation	rotation	symétrie centrale	symétrie orthogonale
3	L'(les) élément(s) qui caractérise(nt) la rotation	centre	amplitude	centre, amplitude et sens	direction
	Je suis une transfor-				

Étape 2

Des EXPLORATIONS variées placent l'élève en situation de découverte de façon originale, ludique et porteuse de sens.


1. Exploration

Deux tarifs sont proposés à l'entrée de la piscine :
Tarif A : tu paies 3 € à chaque entrée.
Tarif B : tu achètes la carte piscine à 20 €, valable 1 an, et du coup chaque entrée ne te coute plus que 2 €.
Pour combien d'entrées les deux tarifs seront-ils identiques ?

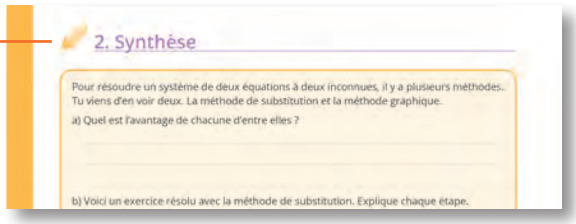
a) Pour le savoir, écris les deux équations.
y représente le prix à payer et x le nombre d'entrées.

b) Les deux équations sont liées, on les écrira avec une accolade.

c) Chaque équation est l'expression d'une fonction. Représente-les graphiquement.

Étape 3

Une fois l'étape de découverte et de compré-hension terminée, **les SYNTHÈSES** donnent aux élèves la possibilité de construire leurs savoirs.


2. Synthèse

Pour résoudre un système de deux équations à deux inconnues, il y a plusieurs méthodes.
Tu viens d'en voir deux. La méthode de substitution et la méthode graphique.

a) Quel est l'avantage de chacune d'entre elles ?

b) Voici un exercice résolu avec la méthode de substitution. Explique chaque étape.


3. Applications

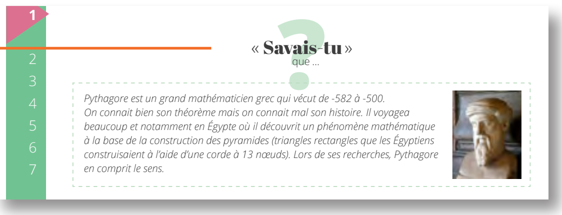
1 Donne le nombre de solutions de chaque système sans résoudre le système. Justifie.

a) $\begin{cases} y = x - 5 \\ 2y = 4x + 4 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 4y = 2x - 3 \\ 4x + 4 = 2y \end{cases}$

Étape 4

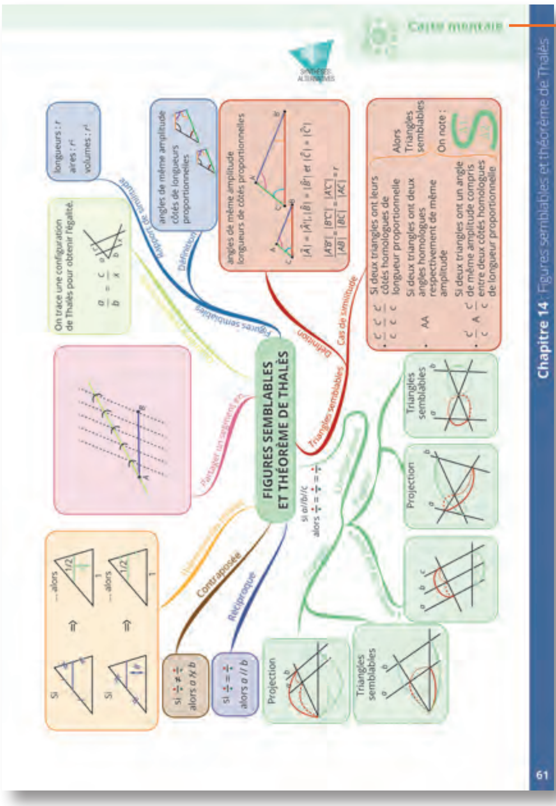
Ensuite, **les APPLICATIONS**, en nombre suffisant, permettent de fixer la matière.


« Savais-tu que ... »

Pythagore est un grand mathématicien grec qui vécut de -582 à -500. On connait bien son théorème mais on connait mal son histoire. Il voyagea beaucoup et notamment en Égypte où il découvrit un phénomène mathématique à la base de la construction des pyramides (triangles rectangles que les Égyptiens construisaient à l'aide d'une corde à 13 nœuds). Lors de ses recherches, Pythagore en comprit le sens.

Savais-tu que ?

Çà et là, des **références culturelles et historiques** ancrent les mathématiques dans le réel.

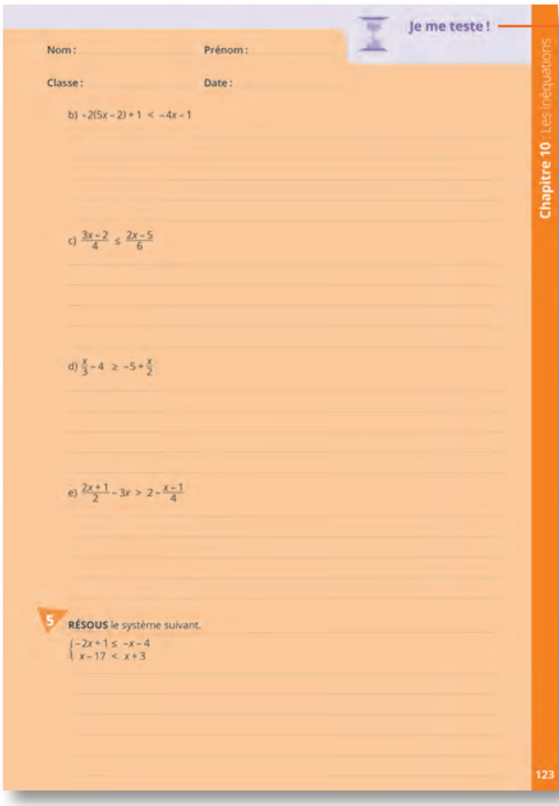


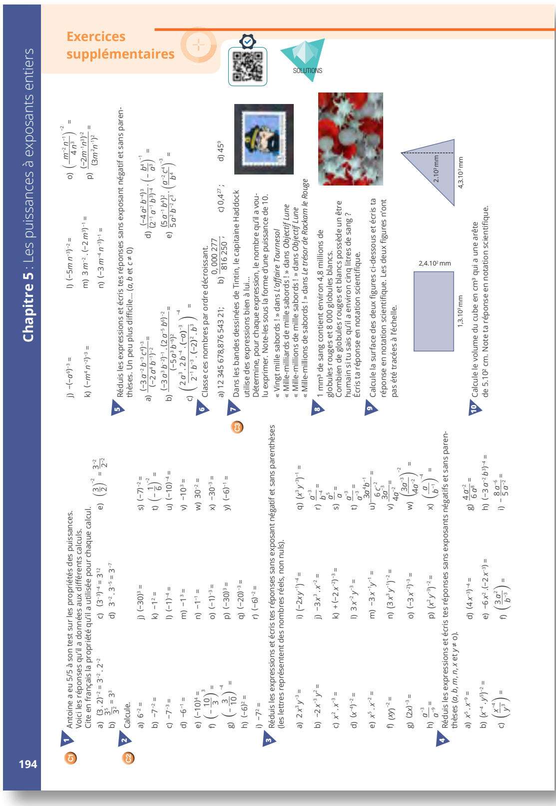
Étape 5

En fin de chapitre, **une CARTE MENTALE** est proposée, reprenant l'essentiel de la matière à connaitre.

Étape 6

L'élève peut enfin **se tester et se préparer à l'ÉVALUATION certificative.**





Étape 7

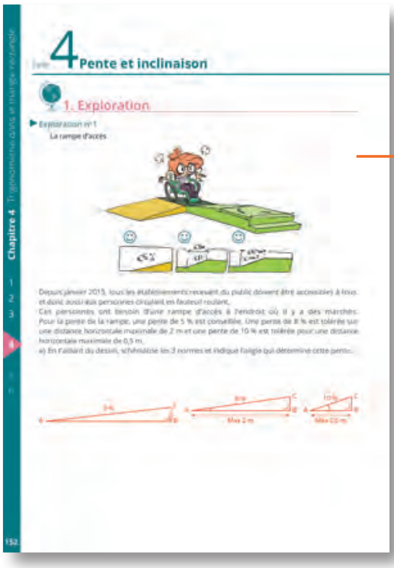
De nombreux **exercices supplémentaires sont proposés avec possibilité d'autocorrection par l'élève.**

Ils sont classés de la façon suivante :

C1 Expliciter les savoirs

C2 Appliquer

C3 Résoudre un problème

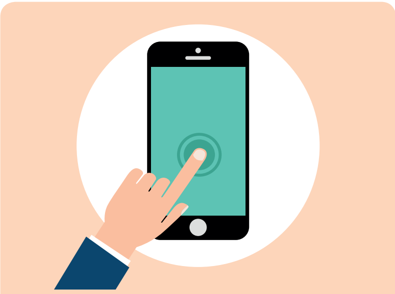


Caractère citoyen

De nombreux exercices sensibilisent les élèves à diverses thématiques citoyennes : gaspillage, alimentation, handicap...

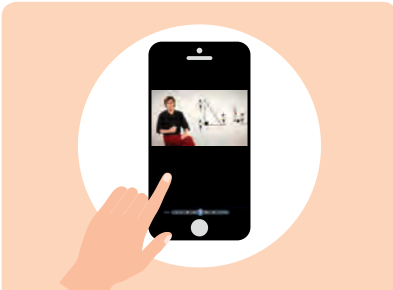
Codes QR

Pour une facilité d'utilisation, des codes QR sont proposés pour tout le matériel audiovisuel ainsi que pour le corrigé des exercices supplémentaires.
À partir d'une application sur gsm ou sur tablette, l'élève scanne son code QR et accède directement aux contenus numériques liés.
Ce contenu est également disponible dans le Kit de l'élève et le Kit du prof via Scoodle.



1 Téléchargez une application qui lit les codes QR.

2 Ouvrez l'application et scannez votre code QR.



3 Vous accédez directement au contenu.

Ce logo indique de longs développements qui nécessitent un travail dans le cours de l'élève.

Suivi des élèves

Le logo SCOODLE indique que des exercices interactifs sont disponibles sur Scoodle permettant aux élèves de progresser à leur rythme et permettant à l'enseignant d'avoir un suivi personnalisé de chaque élève.

SCOODLE

Le logo dépassement identifie les explorations, exercices ou points de théorie dépassant les attentes du référentiel de compétences.

Chapitre 9
Les systèmes d'équations

UAA4 UAA5

Matières abordées

Prérequis

1. La méthode de substitution

2. La méthode de Gauss ou combinaison linéaire

3. Les différents cas

4. Résolution de problèmes à l'aide d'un système de deux équations à deux inconnues

Objectifs

Je serai capable de...

CONNAITRE

/

APPLIQUER

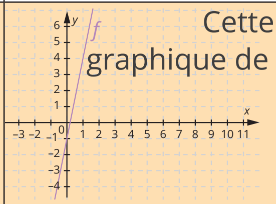
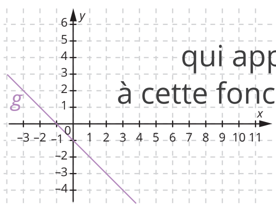
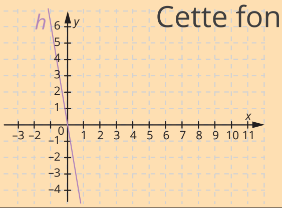
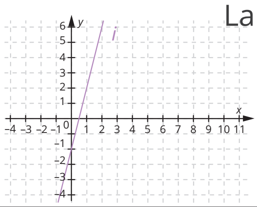
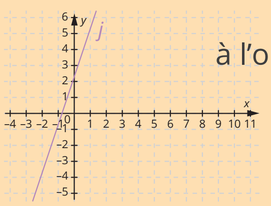
- ☐ Déterminer algébriquement et graphiquement le point d'intersection des graphiques de deux fonctions du premier degré et/ou constantes.
- ☐ Résoudre un système de deux équations à deux inconnues.

TRANSFÉRER

- ☐ Résoudre un problème se ramenant à la résolution d'un système d'équations.

Prérequis

L'échauffement, c'est essentiel !
Revoyons quelques notions avant d'aborder le chapitre.

	Trouve la ou les bonne(s) réponse(s).	A	B	C	D
1	3 est solution de …	$3x + 9 = 5$	$-3x + 9 = 0$	$2x + 2 = 8$	$2x + 3 = 6$
2	La solution de $3(x + 2) - 5 = 0$ est …	0,333 3…	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	5
3	$f(x) = 5x + 3$	$f(2) = 13$	$f(3) = 18$	$f(-2) = -13$	$f(1) = 8$
4	Le point (3 ; 5) appartient à …	$y = 4x + 2$	$y = x + 2$	$5y = 3x$	$y = 2x$
5	Le point qui appartient à $f(x) = -3x + 2$ est …	(–2 ; –8)	(2 ; –4)	(–2 ; –4)	(–2 ; 0)
6	–5 est solution de …	$2x - 3 = 4$	$8x + 5 = 7x$	$2x + 3 = 4x - 5$	$2x = -10$
7	La solution de $4 - (2x + 5) + 7 = 4(2x - 1)$ est …	–1	–2	1	5
8	Pour $f(x) = 4x - 2$ on peut dire que …	$f(2) = 6$	$f(3) = 10$	$f(-2) = -10$	$f(-6) = 22$
9	Le point (–2 ; 0) appartient à …	$y = 4x + 2$	$y = x + 2$	$5y = 3x$	$2x = y$
10	Les points qui appartiennent au graphique de $f(x) = 5x + 2$ sont …	(2 ; 3)	(4 ; 22)	(1 ; 7)	(–2 ; 5)
11	 Cette droite est le graphique de la fonction…	$y = -x + 1$	$y = -5x - 1$	$y = 5x - 1$	$y + 1 = 5x$
12	 Les points qui appartiennent à cette fonction sont …	(–1 ; –1)	(0 ; – 1)	(–1 ; 0)	(2 ; 0)
13	 Cette fonction est …	affine croissante	décroissante linéaire	décroissante affine	linéaire croissante
14	 La racine est …	–2	0,5	aucune	-4
15	 L'ordonnée à l'origine est …	$-\frac{2}{3}$	2	(0 ; 2)	-1

Tu rencontres des difficultés à résoudre ces exercices ? Tu trouveras sur Scoodle des rappels de cette matière et des exercices interactifs.

Partie 1 La méthode de substitution

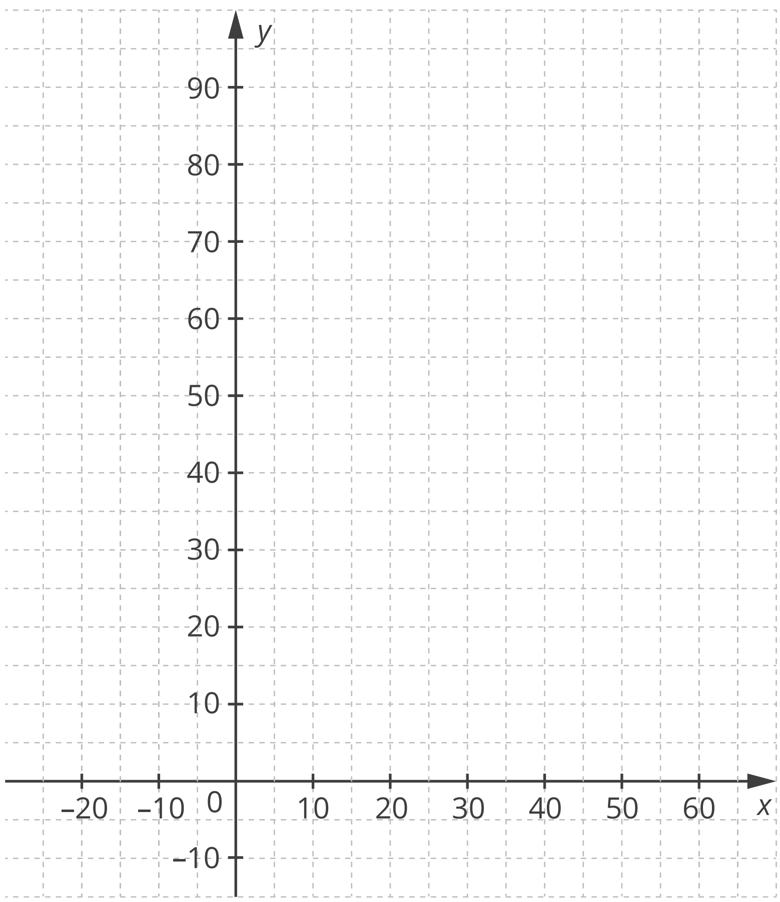
1. Exploration

Deux tarifs sont proposés à l'entrée de la piscine :
Tarif A : tu paies 3 € à chaque entrée.
Tarif B : tu achètes la carte piscine à 20 €, valable 1 an, et du coup chaque entrée ne te coute plus que 2 €.
Pour combien d'entrées les deux tarifs seront-ils identiques ?

a) Pour le savoir, écris les deux équations.
y représente le prix à payer et *x* le nombre d'entrées.

b) Les deux équations sont liées, on les écrira avec une accolade.

c) Chaque équation est l'expression d'une fonction. Représente-les graphiquement.



d) Quel est le point d'intersection de ces deux droites ? Quelle est la réponse à la question de départ ?

e) Pourrais-tu en avoir la certitude en utilisant ces deux équations du premier degré ?

f) À partir des équations, et sans graphique, aurais-tu pu trouver le point d'intersection des deux droites?

2. Synthèse

Pour résoudre un système de deux équations à deux inconnues, il y a plusieurs méthodes. Tu viens d'en voir deux. La méthode de substitution et la méthode graphique.

a) Quel est l'avantage de chacune d'entre elles ?

b) Voici un exercice résolu avec la méthode de substitution. Explique chaque étape.

$$\begin{cases} x + 5y = 3 \\ 3x + 2y = 22 \end{cases}$$

1	$x = 3 - 5y$	
2	$3(3 - 5y) + 2y = 22$	
3	$9 - 15y + 2y = 22$ $-13y = 13$ $y = -1$	
4	$x + 5 . (-1) = 3$ $x = 8$	
5	$S = \{(8 ; -1)\}$	

c) Comment vérifier de deux manières ?

3. Applications

EXERCICES INTERACTIFS

1 Le point de coordonnées (–4 ; 3) est-il solution des systèmes d'équations ci-dessous ? Justifie par calcul.

a) $\begin{cases} 5x + 6y = -2 \\ 4x + 3y = -7 \end{cases}$ ☐ car

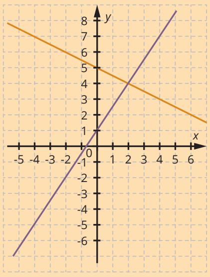
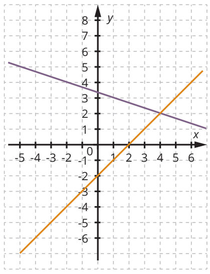
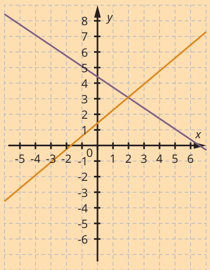
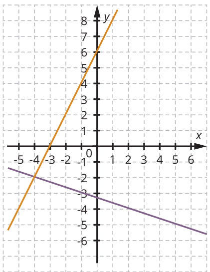
b) $\begin{cases} 2x + 3y = -6 \\ -3x - 4y = 7 \end{cases}$ ☐ car

c) $\begin{cases} 4x - 3y = -25 \\ 3x + 4y = 0 \end{cases}$ ☐ car ....

d) $\begin{cases} x + 2y = 2 \\ -2x - y = 5 \end{cases}$ ☐ car ....

e) $\begin{cases} -3x - 5y = -3 \\ 3x + 2y = 6 \end{cases}$ ☐ car ....

2 Associe chaque graphique à son système et à sa solution.

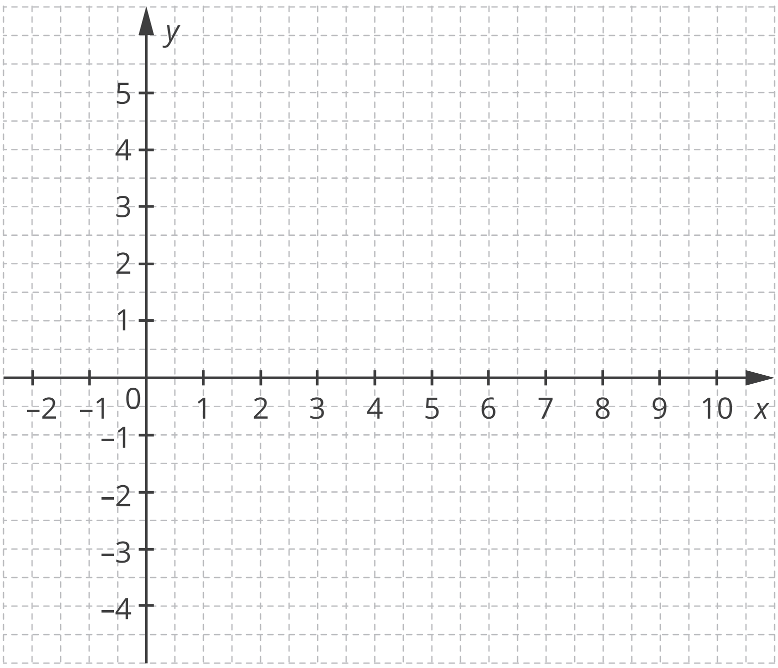
graphiques		systèmes		solutions	
I		1	$\begin{cases} -3x + 2y = 2 \\ x + 2y = 10 \end{cases}$	a	S = {(2 ; 3)}
II		2	$\begin{cases} 2x - y = -6 \\ x + 3y = -10 \end{cases}$	b	S = {(3 ; 2)}
III		3	$\begin{cases} 2x + 3y = 13 \\ 5x - 6y = -8 \end{cases}$	c	S = {(2 ; 4)}
IV		4	$\begin{cases} x + 3y = 10 \\ -x + y = -2 \end{cases}$	d	S = {(4 ; 2)}
				e	S = {(–4 ; –2)}

1
2
3
4

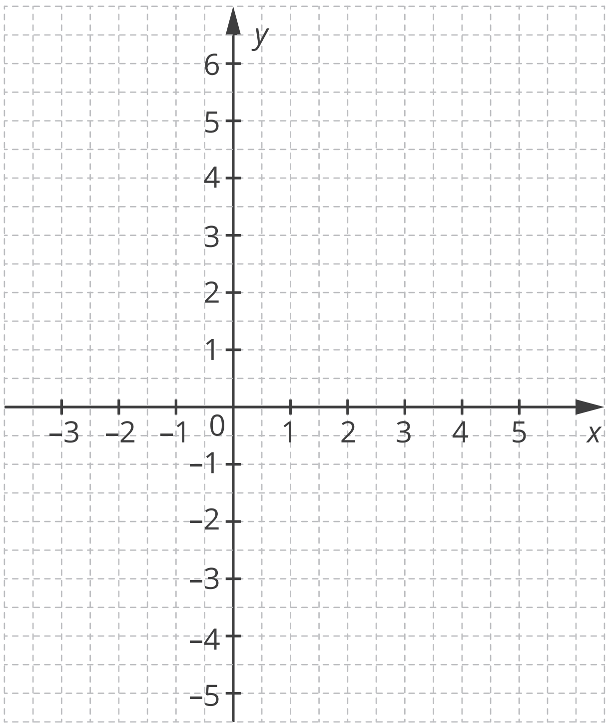
graphiques	systèmes	solutions

3 Voici 4 systèmes. Résous-les avec la méthode de substitution et vérifie la solution algébriquement et graphiquement.

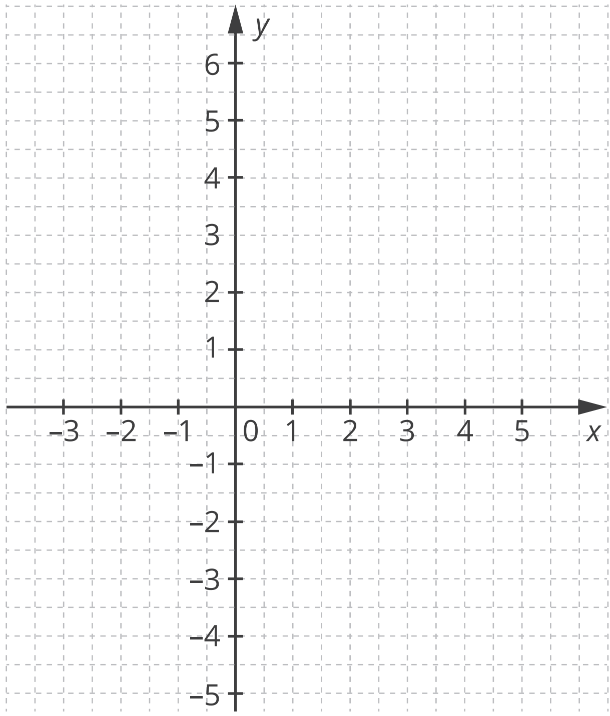
a) $\begin{cases} y = 2x - 3 \\ y = x - 3 \end{cases}$



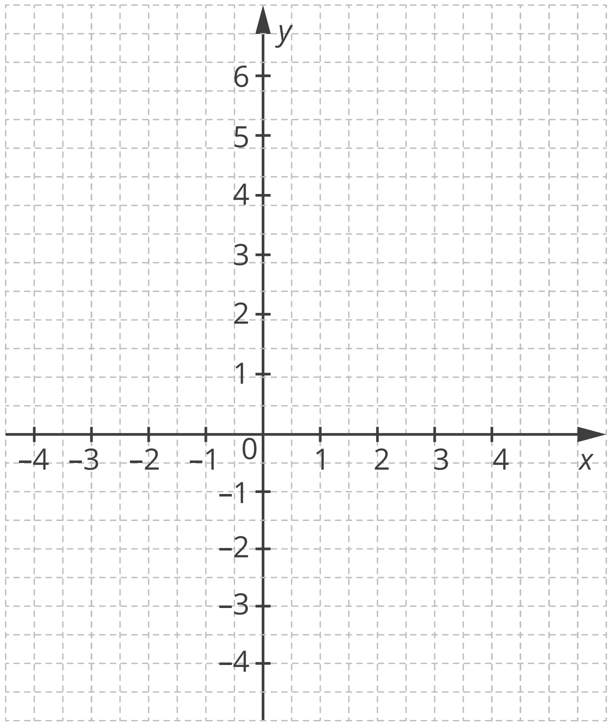
b) $\begin{cases} -3x = -y - 4 \\ y = -x - 3 \end{cases}$



c) $\begin{cases} -3 = 2x - y \\ y = 3 \end{cases}$



d) $\begin{cases} 2x + 5y = 3 \\ 3x + 2y = 5 \end{cases}$



4 Résous les systèmes suivants en utilisant la méthode de substitution.
Vérifie tes solutions.

a) $\begin{cases} 3x - 5 = y \\ 2y - 2x = 6 \end{cases}$	b) $\begin{cases} 4x + y = -6 \\ 3y - 3 = -5x \end{cases}$
c) $\begin{cases} -x + 4y = -18 \\ 3x - 10 = y \end{cases}$	d) $\begin{cases} 2x - 3y + 7 = 0 \\ -3x - 4y = 19 \end{cases}$
e) $\begin{cases} 2x + 4y = 2 \\ 8 = -4x + 8y \end{cases}$	f) $\begin{cases} 0 = 8 - 6x - 2y \\ 12x + 10y = 4 \end{cases}$
g) $\begin{cases} -3x - 2y = 2 \\ 3y + 5x = -5 \end{cases}$	h) $\begin{cases} 32 = -6y + 2x \\ 56 = -4x - 3y \end{cases}$
i) $\begin{cases} -5x + 2y = 5 \\ 5 = 10x - 3y \end{cases}$	j) $\begin{cases} -6x + 2y = 18 \\ 7x - 3y = -27 \end{cases}$

Partie 2 La méthode de Gauss ou combinaison linéaire

1. Exploration

Pour les anniversaires de ses copines, Camille voudrait leur offrir une place de cinéma.
Elle hésite car si elle achète 3 places de cinéma normales et 2 places de cinéma 3D, elle en a pour 22 €. Par contre, si elle achète 2 places de cinéma normales et 3 places de cinéma 3D, elle en a pour 23 €.
Pourrais-tu retrouver le prix de chaque place ?

Nous allons voir une nouvelle manière de résoudre un système, il s'agit de la méthode de Gauss.

Rappelle-toi les 5 étapes de résolution :
1. Choix des inconnues
2. Mise en équation
3. Résolution
4. Vérification
5. Solution

1. Choix des inconnues

2. Mise en équation (écris les 2 équations en n'oubliant pas de les lier avec une accolade)

3. Résolution (ici avec la méthode de Gauss)

   a) Vérifier que le système est ordonné (les x en dessous des x, les y sous les y et les termes indépendants également).

   b) Multiplier chaque équation par un nombre afin que les coefficients en x ou en y soient opposés dans les deux équations.

c) Additionner l'équation 1 et l'équation 2 : une des 2 inconnues « disparait ».

d) Résoudre l'équation du premier degré à une inconnue obtenue.

e) Remplacer la valeur trouvée dans une des deux équations pour trouver l'autre inconnue.
OU
Effectuer la même démarche pour supprimer l'autre inconnue.

f) Écrire la solution.

4. Vérification

5. Solution

2. Synthèse

La méthode de Gauss peut être utilisée de trois manières :

1) Gaëlle préfère procéder comme dans l'introduction : trouver une inconnue et ensuite utiliser la substitution.

$$\begin{cases} 3x + 2y = 22 & . (-2) \\ 2x + 3y = 23 & . (3) \end{cases}$$

$$\oplus \begin{cases} -6x - 4y = -44 \\ 6x + 9y = 69 \end{cases}$$

$$5y = 25$$
$$y = 5$$

On remplace y par 5 dans la première équation :

$$3x + 2 . 5 = 22$$
$$3x = 12$$
$$x = 4$$

$S = \{(4 ; 5)\}$

2) Valérie n'aime vraiment pas la méthode de substitution et décide de procéder ainsi :

$$\begin{array}{l} 3x + 2y = 22 \\ 2x + 3y = 23 \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} .\ (-2) \\ .\ 3 \end{array} \right. \quad \left| \begin{array}{l} .\ (-3) \\ .\ 2 \end{array} \right.$$

$$\oplus \begin{array}{r} -6x - 4y = -44 \\ 6x + 9y = 69 \\ \hline / \quad 5y = 25 \\ y = 5 \end{array} \qquad \oplus \begin{array}{r} -9x - 6y = -66 \\ 4x + 6y = 46 \\ \hline -5x \quad / \quad = -20 \\ x = 4 \end{array}$$

$S = \{(4\ ;\ 5)\}$

3) Gwenaëlle préfère aller plus rapidement et procède ainsi :

$$\begin{cases} 3x + 2y = 22 & \cdot (-2) \quad \cdot (-3) \\ 2x + 3y = 23 & \cdot 3 \quad\quad\; \cdot 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5y = 25 \\ -5x = -20 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 5 \\ x = 4 \end{cases} \qquad S=\{(4\,;\,5)\}$$

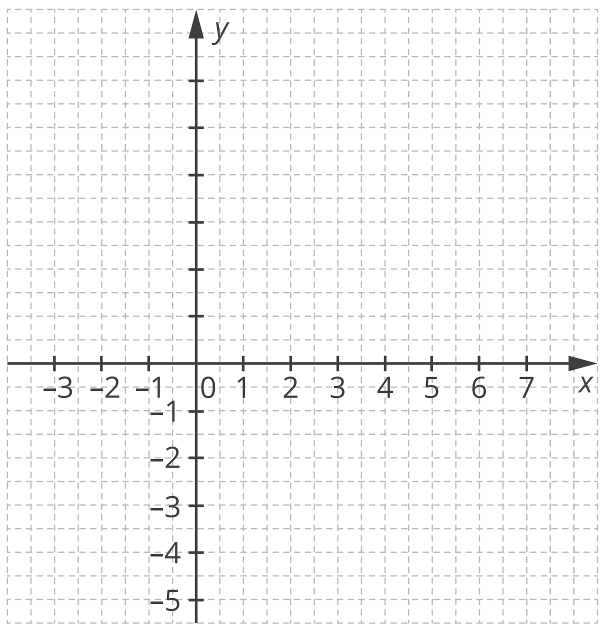
Explique chaque méthode.

De toute façon, peu importe la méthode, tu ne dois pas oublier de toujours vérifier !
Et n'oublie pas non plus qu'il ne sert à rien de bruler les étapes ni d'aller trop vite…

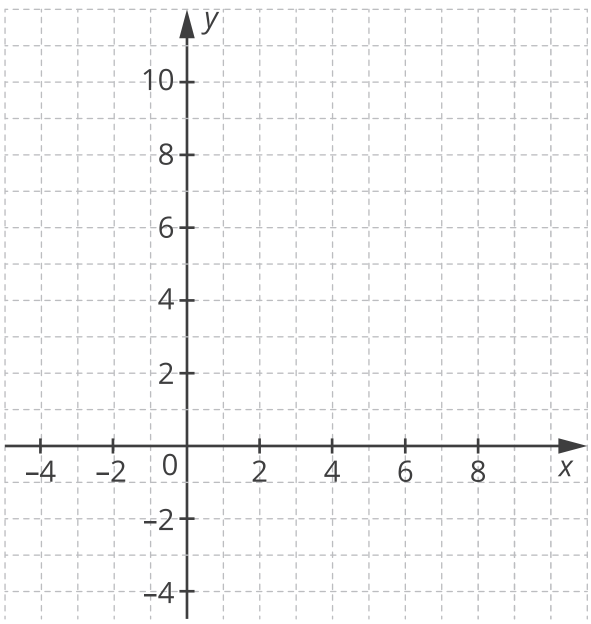
3. Applications

1 Voici trois systèmes.
Résous-les avec la méthode de Gauss et vérifie de deux manières différentes.

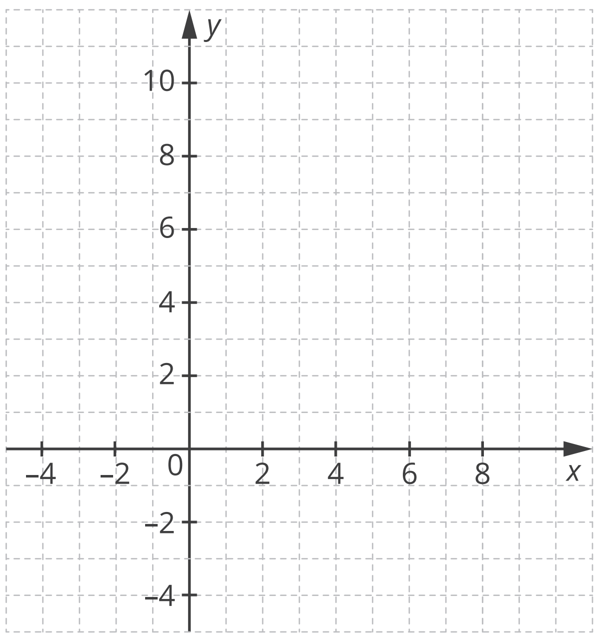
a) $\begin{cases} 3y = 2x - 3 \\ 4y = x + 1 \end{cases}$



b) $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ 4 = x + 2y \end{cases}$



c) $\begin{cases} 5x = 2y - 3 \\ 4y = 3x + 1 \end{cases}$



2 Résous les systèmes suivants en utilisant la méthode de Gauss.
Vérifie tes solutions.

a) $\begin{cases} x + 3y = 9 \\ -2x + y = 10 \end{cases}$	b) $\begin{cases} 2x = 3 + y \\ 3x - 2y = 2 \end{cases}$
c) $\begin{cases} -3y + 6x = -3 \\ -4x - 3y = 7 \end{cases}$	d) $\begin{cases} -6 = -2x - 4y \\ 5x + 4y = 33 \end{cases}$
e) $\begin{cases} -6y + 4x = -5 \\ 5x + 5y = 0 \end{cases}$	f) $\begin{cases} 7x + 3y + 9 = 0 \\ 6 = -5x - 2y \end{cases}$
g) $\begin{cases} 4y = 4 + 2x \\ -4x - 8y - 4 = 0 \end{cases}$	h) $\begin{cases} 3x + 5y = 10 \\ -8y = -4 + 6x \end{cases}$
i) $\begin{cases} 12x - 12y = 0 \\ 5x + 3y = -24 \end{cases}$	j) $\begin{cases} -10 = 7x - 4y \\ 40 = -6x + 5y \end{cases}$

1
2
3
4

« Savais-tu » que ...

Surnommé « le prince des mathématiciens », Carl Friedrich Gauss (1777-1855) est considéré comme l'un des plus grands mathématiciens de tous les temps. La qualité extraordinaire de ses travaux scientifiques était déjà reconnue par ses contemporains.

Partie 3 Les différents cas

1. Exploration

Mathis, Maxime et Lisa sont dans la même classe.
Ils viennent de voir les systèmes d'équations et le professeur leur a demandé d'en inventer un et de le résoudre.
Lisa résout le sien et trouve une solution, comme vu en classe.
Mathis et Maxime ont beau recommencer, leur système ne donne pas comme solution un couple de nombres. Ont-ils fait une erreur de résolution ?
Représente les systèmes graphiquement.

Système de Lisa

$$\begin{cases} y = 2x + 1 \\ y = -x - 2 \end{cases}$$

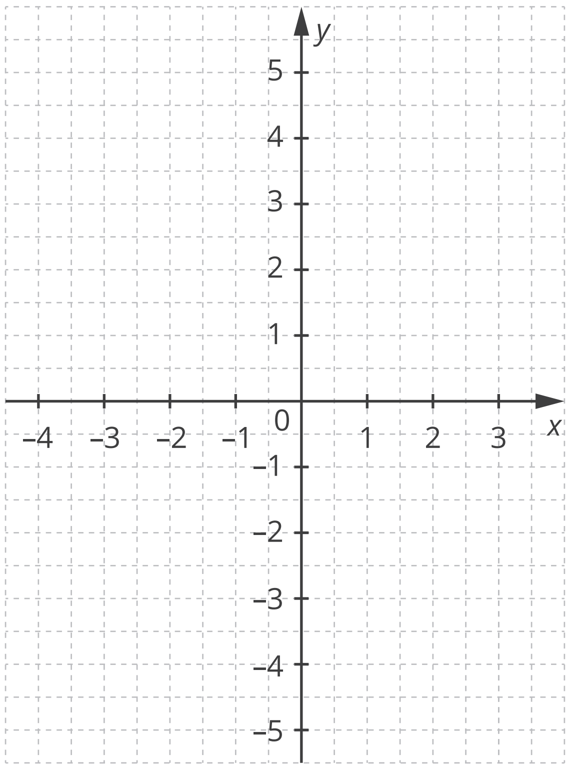
Système de Maxime

$$\begin{cases} y = 2x - 3 \\ 2y = 4x + 4 \end{cases}$$

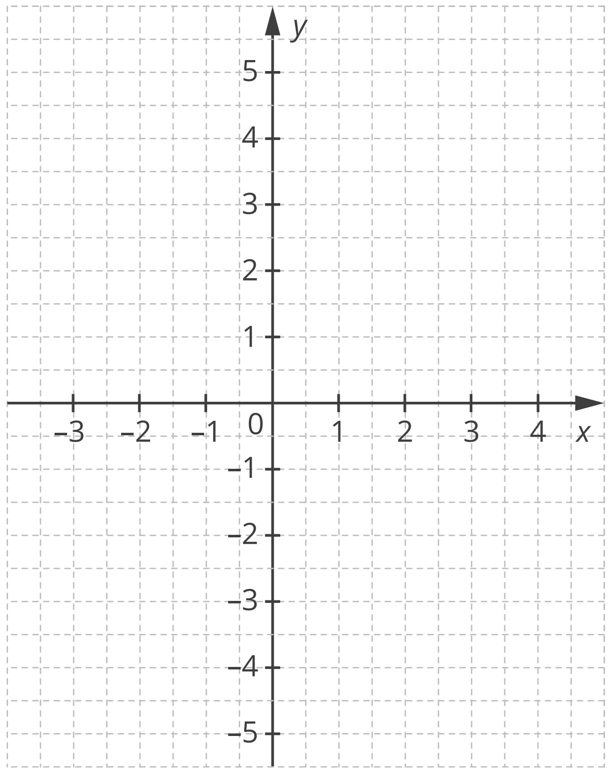
Système de Mathis

$$\begin{cases} 2y = 4x + 2 \\ y = 2x + 1 \end{cases}$$

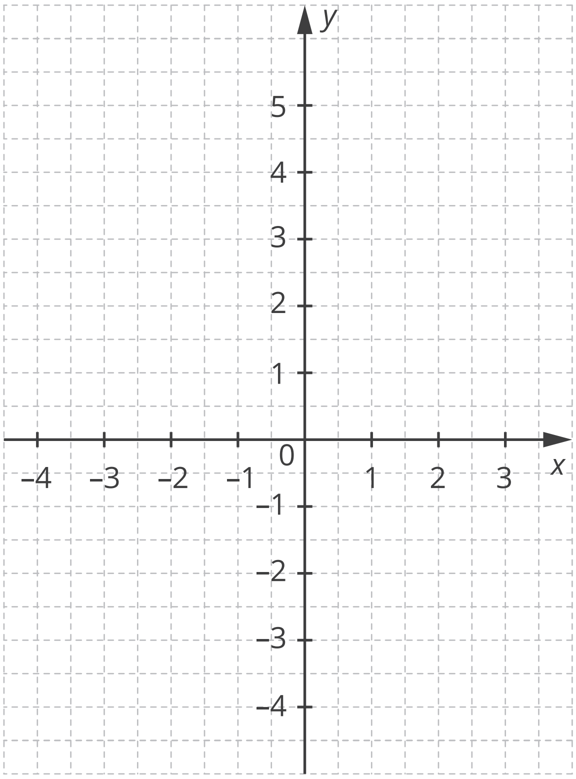
Système de Lisa :



Système de Maxime :



Système de Mathis :

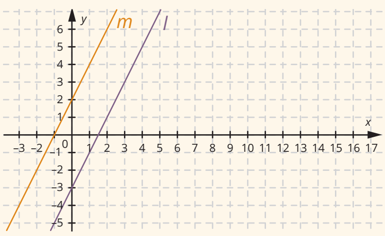
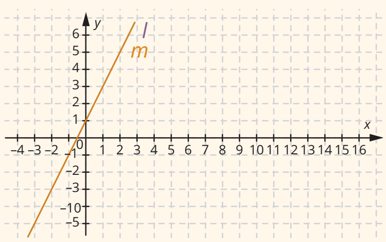
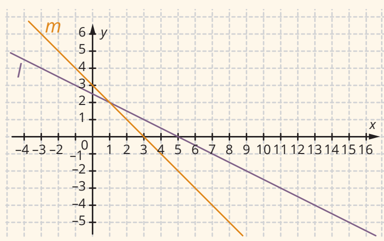


En regardant les différents coefficients, aurait-on pu prévoir le nombre de solutions ?

2. Synthèse

Trois cas peuvent se présenter lors de la résolution d’un système de deux équations à deux inconnues.
Explique les trois solutions possibles en établissant le lien graphique.
Comment déterminer le nombre de solutions sans le graphique ?
Complète le tableau.

Un système peut être :

Impossible		
	Une infinité de solutions	
		Droites sécantes
	Les coefficients des deux équations sont proportionnels (les équations sont équivalentes)	
		

3. Applications

EXERCICES INTERACTIFS

1 Donne le nombre de solutions de chaque système sans résoudre le système. Justifie.

a) $\begin{cases} y = x - 5 \\ 2y = 4x + 4 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 4y = 2x - 3 \\ 4x + 4 = 2y \end{cases}$

c) $\begin{cases} 4y = 8x - 4 \\ -4x - 4 + 2y = 0 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 8x = 16y + 16 \\ 2y = 4x + 4 \end{cases}$

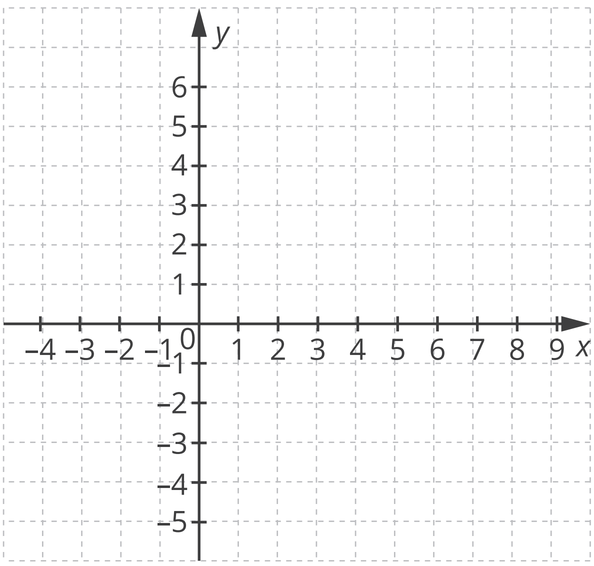
e) $\begin{cases} 20y = 40x + 40 \\ 4x + 4 = 2y \end{cases}$

2 Deux amis vont boire un verre. L'addition pour trois cafés et une limonade est de 7,40 €. Finalement, ils décident de rester encore un peu. Après une heure, l'addition pour cinq cafés et cinq limonades s'élève à 19,45 €. Est-ce possible? Justifie.

Partie 4 Résolution de problèmes à l'aide d'un système de deux équations à deux inconnues

1. Exploration

Nathan joue au foot avec Jérémy.
Le premier jour, si on additionne le nombre de buts marqués par Nathan et le double de ceux marqués par Jérémy, on obtient 5.
Le lendemain, ils ont chacun marqué le même nombre de buts que la veille, mais si on calcule la somme du triple de chacun, on arrive à 9.
Combien de buts ont-ils marqués chacun ? N'oublie pas de vérifier.



2. Synthèse

Tu as vu comment déterminer le nombre de solutions, appliquer des méthodes de résolution d'un système et comment effectuer la vérification.
Pourrais-tu faire une synthèse de tout cela ?

a) Déterminer le nombre de solutions :

les coefficients de x et y sont-ils proportionnels ?

oui

les termes indépendants sont-ils proportionnels ?

oui — non

non

b) Méthodes de résolution par calcul :

c) Vérification

– Algébriquement :

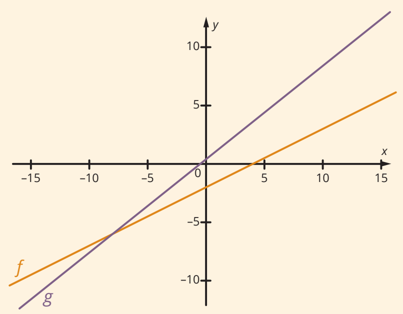
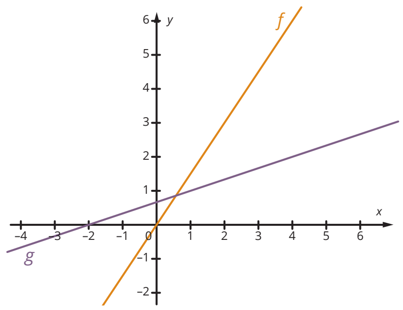
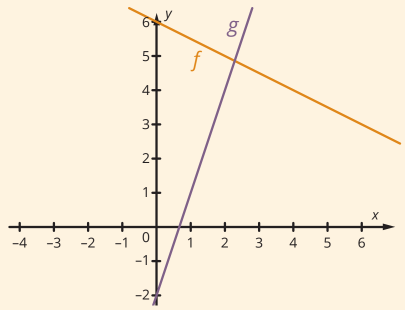
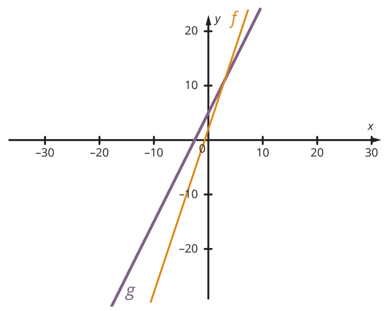
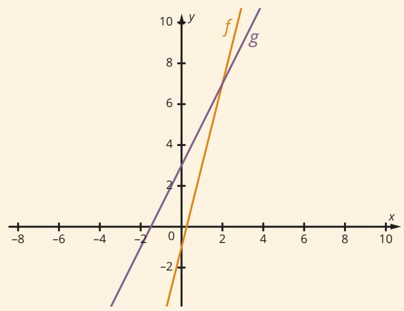
– Graphiquement :

(ATTENTION : c'est aussi une méthode de résolution, mais moins précise, donc on l'utilisera plus pour vérifier.)

3. Applications

EXERCICES INTERACTIFS

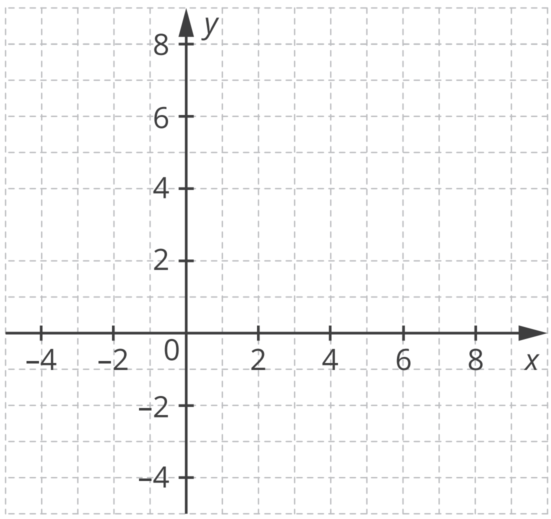
1 Associe les graphiques aux systèmes proposés.

1	$\begin{cases} y = 2x + 5 \\ 3x + 2 = y \end{cases}$	A	
2	$\begin{cases} x - 2y = 4 \\ 4x + 2 = 5y \end{cases}$	B	
3	$\begin{cases} x + 2y = 12 \\ 3x - 2 = y \end{cases}$	C	
4	$\begin{cases} 2y = 8x - 2 \\ 3 + 2x = y \end{cases}$	D	
5	$\begin{cases} 2y = 3x \\ x + 2 = 3y \end{cases}$	E	

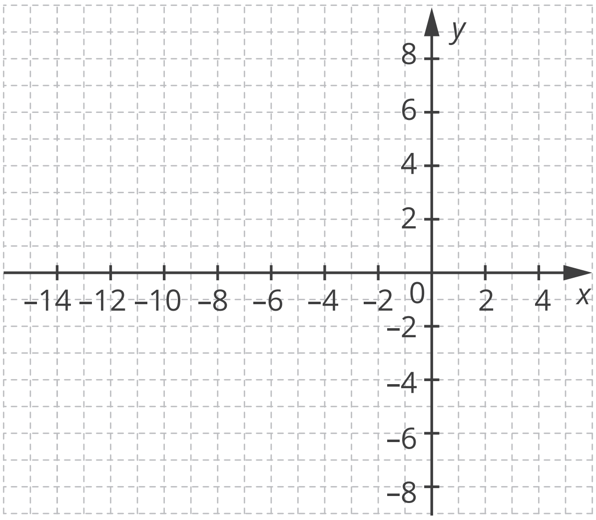
Systèmes					
Graphiques					

2 Voici deux systèmes. Résous-les de deux manières différentes. N'oublie pas de déterminer le nombre de solutions avant d'effectuer le système, et évidemment de vérifier ta solution.

a) $\begin{cases} 2x + 3y = 9 \\ y = 3 \end{cases}$



b) $\begin{cases} -x + y = 9 \\ 2y - x = 3 \end{cases}$



3 Voici des systèmes, résous-les en utilisant la méthode de ton choix, et vérifie-les.

a) $\begin{cases} 4x + 3y = 2 \\ 4x + 12y = 2 \end{cases}$	b) $\begin{cases} 20x - 30y = -30 \\ 2y - 3x = 3 \end{cases}$
c) $\begin{cases} 2x + 3y = 9 \\ 2y - 3x = 3 \end{cases}$	d) $\begin{cases} x + 3y = 8 \\ 4x + 12x = 2 \end{cases}$
e) $\begin{cases} 2x + 6 = 8y \\ 4y + 12x = 2 \end{cases}$	f) $\begin{cases} 21x + 3y = 9 \\ 2x - 3y = 0 \end{cases}$
g) $\begin{cases} 5 + 3y = 5x \\ -y + 3x = 0 \end{cases}$	h) $\begin{cases} -2x - 5y = 9 \\ 2y + 2x = 4x \end{cases}$
i) $\begin{cases} x = 5 \\ 4x + 12y = 2 \end{cases}$	j) $\begin{cases} 2x - 2y = 9y + 3 \\ 2y - 3x = 3 \end{cases}$

4 Le couple donné est-il solution des systèmes suivants ? Sans résoudre, écris ton raisonnement.

a) (7 ; 1) $\begin{cases} 2x + y - 15 = 0 \\ 3x - 8y - 12 = 0 \end{cases}$

b) (3 ; 3) $\begin{cases} 5x + 2y + 9 = 0 \\ -x - y = 0 \end{cases}$

c) $\left(\frac{1}{2}\,;\frac{3}{4}\right)$ $\begin{cases} -3x + 2y = 0 \\ x + 2y = 2 \end{cases}$

5 Dans un garage qui répare les voitures et les motos, ... Lylia, qui attend que sa voiture soit réparée, s'amuse à compter les roues présentes sur tous les véhicules du garage. Il y en a 34 en tout. Si tu sais qu'il y a deux motos de plus que le nombre de voitures, combien y a-t-il de voitures ? de motos ?

6 On dispose de cubes de deux tailles différentes. Certains ont une arête de 3 cm, d'autres de 5 cm. Il y en a 20 en tout. Si on les aligne, on obtient une longueur de 1,5 m. Combien y a-t-il de cubes de chaque sorte ?

7 Lors d'un match de basket, suivant l'endroit d'où l'on tire, on gagne 2 ou 3 points. Durant le premier quart-temps, aucune pénalité (tir à 1 point) n'a été sifflée. Le résultat de l'équipe à l'issue de cette période était de 28 points. Cette équipe a marqué 12 paniers. Calcule le nombre de tirs à 3 points et à 2 points que cette équipe a marqués.

8 Tu organises un spectacle avec ton groupe de musique. Le prix des places debout est de 7 € et celui des places assises est de 10 €. La recette s'élève à 420 € et il y a eu 54 personnes qui sont venues vous voir. Les membres de ton groupe voudraient savoir combien de personnes étaient assises sur une chaise. Donne-leur la réponse à cette question.

9

Pendant le temps de midi, Maxence va acheter pour ses amis 4 sandwichs et 6 softs dans la boulangerie voisine de l'école. Il paye 24 euros. Le lendemain, la commande s'est agrandie et on lui demande de ramener 10 sandwichs et 15 softs. Il paye alors 60 euros. Au moment de faire les comptes, il souhaite connaitre le prix d'un sandwich et le prix d'un soft. Aide-le.

10

Lors d'un voyage de fin d'études aux sports d'hiver, une soirée en altitude est organisée. Le premier soir, 8 garçons et 3 filles se rendent à la soirée et payent 150 euros pour y participer. Le lendemain, fort des connaissances qu'ils ont liées la veille, le groupe s'élargit à 9 filles et 20 garçons. Ils doivent payer 390 euros d'entrée.
Quel était le prix d'entrée pour les garçons et pour les filles ?

11 Nathan est assis au bord d'une rivière. De l'autre côté, il y a un arbre qu'il voit sous un angle de 50°. S'il recule de 50 m, il voit l'arbre sous un angle de 15°.
Calcule la hauteur de l'arbre et la largeur de la rivière.

Carte mentale

SYNTHÈSES ALTERNATIVES

Systèmes d'équations à deux inconnues

Résolutions algébriques

Substitution

Isoler une inconnue dans une équation et la remplacer dans l'autre équation.

Exemple :

$$\begin{cases} y = 3x - 4 \\ 3y - x = 3 \end{cases}$$

Résolution

$$3(3x - 4) - x = 3$$
$$9x - 12 - x = 3$$
$$8x = 15$$
$$x = \frac{15}{8}$$
$$y = 3 \cdot \frac{15}{8} - 4$$
$$y = \frac{13}{8}$$
$$S = \left\{\left(\frac{15}{8} ; \frac{13}{8}\right)\right\}$$

GAUSS

Multiplier chaque équation par un nombre afin que les coefficients en x ou en y soient opposés pour élimer les termes en x et faire la même chose une seconde fois pour élimer les termes en y.

Exemple:

$$\begin{cases} 3x + 2y = 22 \\ 2x + 3y = 23 \end{cases} \quad \begin{vmatrix} \cdot (-2) \\ \cdot 3 \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} \cdot (-3) \\ \cdot 2 \end{vmatrix}$$

$$\oplus \begin{cases} -6x - 4y = -44 \\ 6x + 9y = 69 \end{cases}$$
$$/ \quad 5y = 25$$
$$y = 5$$

$$\oplus \begin{cases} -9x - 6y = -66 \\ 4x + 6y = 46 \end{cases}$$
$$-5x \quad / = -20$$
$$x = 4$$

$$S = \{(4 ; 5)\}$$

Vérifier

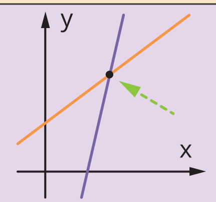
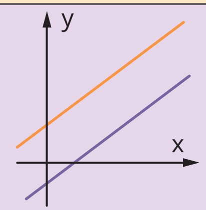
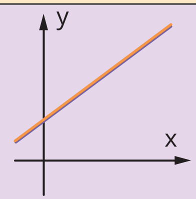
Algébriquement

Remplacer les nombres trouvés dans le système et vérifier l'égalité.

Graphiquement

Tracer les deux droites et vérifier le point d'intersection (c'est aussi une méthode de résolution, mais moins précise).

Nombre de solutions

	Cas général	Ce système est impossible	Ce système est indéterminé
	Une solution	Aucune solution	Une infinité de solutions
Graphique			
Caractéristiques graphiques	Les droites sont sécantes	Les droites sont parallèles	Les droites sont confondues (ou égales)
Nombre de points d'intersection entre les droites	Un seul	Aucun point	Une infinité
Caractéristiques algébriques	Les coefficients des variables x et y ne sont pas proportionnels	Les coefficients des variables x et y sont proportionnels mais pas les termes indépendants	Les coefficients des variables x et y et les termes indépendants sont proportionnels
Solution	$S = \{(x ; y)\}$	$S = \emptyset$ ou $S = \{\,\}$	$S = \mathbb{R}$

Nom : ______________________ Prénom : ______________________

Classe : ______________________ Date : ______________________

1 Les couples suivants sont-ils solution de ce système ? **JUSTIFIE**.

a) (0 ; 2)

$$\begin{cases} 3x + 2y = 4 \\ 5x - 3y = 5 \end{cases}$$

b) (1 ; 0)

2 **ASSOCIE** les solutions à leur système d’équations et les systèmes d’équations à leur graphique.

a) Une infinité de solutions

b) Pas d’intersection

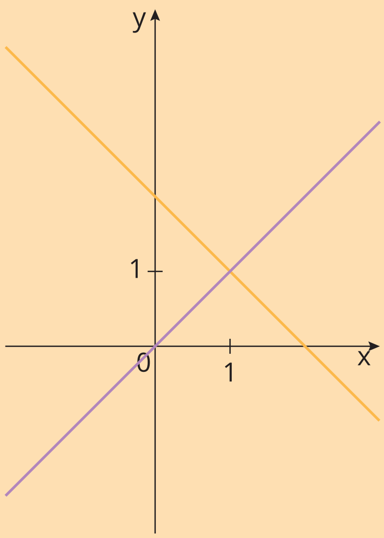
c) Une solution unique

1) $\begin{cases} x + y = 2 \\ -x + y = 0 \end{cases}$

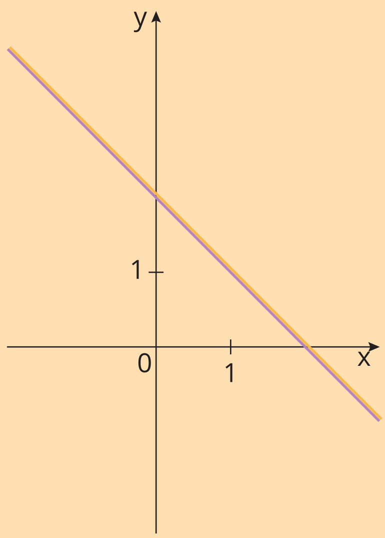
2) $\begin{cases} x + y = 2 \\ x + y = 0 \end{cases}$

3) $\begin{cases} x + y = 2 \\ 2x + 2y = 4 \end{cases}$

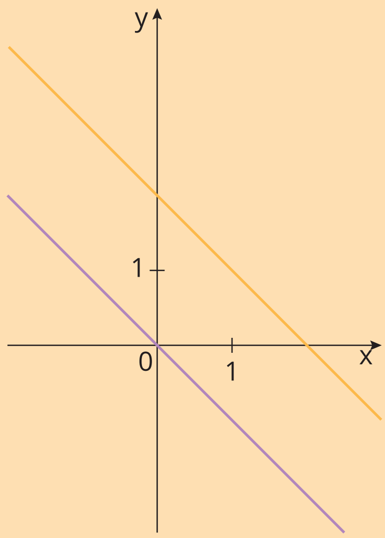
I)



II)



III)



Solution	Système d’équations	Graphique
a		
b		
c		

Je me teste !

Nom : ____________________ Prénom : ____________________

Classe : ____________________ Date : ____________________

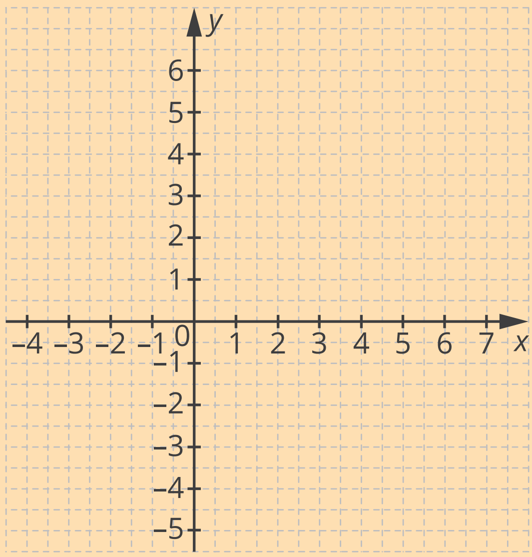
3 Noah adore les animaux, il y en a beaucoup chez lui. Le nombre de chats augmenté de 5 est le double du nombre de chiens. Le nombre de chiens augmenté de 8 vaut quatre fois le nombre de chats. **DÉTERMINE** le nombre de chiens et de chats.

Nom : ____________ Prénom : ____________

Classe : ____________ Date : ____________

4 Avant de résoudre les systèmes suivants, **DÉTERMINE** le nombre de solutions et **JUSTIFIE** ta réponse. Ensuite, **RÉSOUS** les deux systèmes et **VÉRIFIE**.

a) $\begin{cases} 3x + 5y = 2 \\ 2x + 8y = 4 \end{cases}$



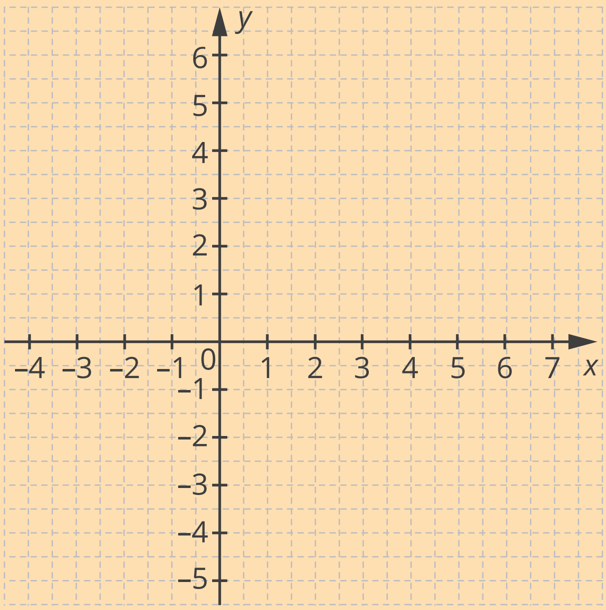
Nom :

Prénom :

Classe :

Date :

b) $\begin{cases} 3x + 5y = 3 \\ 6x + 10y = 4 \end{cases}$



Exercices supplémentaires

C1

1 Marco trouve qu'il est bête de voir plusieurs méthodes pour résoudre les systèmes d'équations. Il s'est arrêté à la méthode de substitution et résout tout avec celle-ci. Convaincs-le de l'intérêt de l'autre méthode vue.

2 Combien y a-t-il de solutions ? Justifie.

a) $\begin{cases} 3x + 2y = 10 \\ 6x + 4y = 20 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3r + 2s = 2 \\ 3r + 2s = 9 \end{cases}$

C2

3 Résous en utilisant la méthode de substitution.

a) $\begin{cases} y = 2x + 1 \\ 3x + 2y = 9 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x = 2 - 2y \\ 4x - 3y = -14 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 4a + 3b = 61 \\ 2a - b = 13 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ 4x + y = 1 \end{cases}$ e) $\begin{cases} r - 5s + 7 = 0 \\ 5r + 7s - 13 = -0 \end{cases}$

4 Résous en utilisant la méthode de combinaison linéaire.

a) $\begin{cases} 3x - 2y = 9 \\ -3x + 8y = -3 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x - 4y = 7 \\ 5x - 10y = 3 \end{cases}$ c) $\begin{cases} -2a + 4b = -3 \\ 3a - 4b = 1 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 36v + 7w = 165 \\ 9v + w = 39 \end{cases}$ e) $\begin{cases} -x + 7y = 14 \\ 2x - 14y = -28 \end{cases}$ f) $\begin{cases} 3x + 4y = 8 \\ 2x + 3y = 9 \end{cases}$

5 Résous les systèmes suivants.

a) $\begin{cases} x = 9 - 2y \\ x = 8y - 1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} y = 2 - x \\ y = 2x + 3 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x + y - 5 = 0 \\ x - y - 7 = 0 \end{cases}$

d) $\begin{cases} a - b - 9 = 0 \\ 2a + b - 15 = 0 \end{cases}$ e) $\begin{cases} 2x + y - 4 = 0 \\ x + y = 3 \end{cases}$ f) $\begin{cases} 20x - 20y - 23 = 0 \\ 15x - 10y - 18 = 0 \end{cases}$

6 Le couple (4 ; 0) est-il la solution de ces systèmes d'équations ?

a) $\begin{cases} x + 2y = 4 \\ 12x - 2y = 24 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x = 5 + 3x \\ 0 = -3x \end{cases}$ c) $\begin{cases} y = 1 + x - 5 \\ x + 3 = 0 \end{cases}$

C3

7 Le périmètre d'un rectangle est de 75 cm, la différence entre la longueur est la largeur vaut 13 cm. Quelles sont les dimensions de ce rectangle ?

8 Les parents de la petite Isaline viennent de recevoir la facture de la crèche. On peut y lire que le prix total pour une demi-journée et un gouter est de 15 euros. Au total, Isaline a passé sur le mois 8 demi-journées à la crèche et y a mangé 4 gouters pour un montant de 100 euros.
Que vaut une demi-journée à la crèche ? Et un gouter ?

9 Pour les 50 ans de Suzanne, toute la famille et les amis ont décidé de lui offrir des soins pour le visage et des manucures dans un institut de beauté. Ainsi, chaque soin du visage coute 50 euros et une manucure 20 euros. Le budget récolté est de 580€. Tous souhaitent que Suzanne se rende 20 fois à l'institut. Lors de son passage en institut de beauté, Suzanne ne bénéficiera que d'un soin ou d'une manucure.
Combien de soins du visage et de manucures Suzanne va-t-elle recevoir ?

10 La différence entre les deux angles aigus d'un triangle rectangle est de 14°. Que valent leurs amplitudes ?

11 Julien a bien profité du weekend festif de son village organisé à la fin mai. Il a néanmoins oublié que sa session d'examen était proche... trop proche... Son cours de maths est composé de deux parties : algèbre et trigonométrie. Ces deux parties sont pondérées de manière identique.
À quelques jours du début de cette session, il pose le constat suivant : il lui reste 20 heures d'étude possible avant l'examen de maths ; il estime que chaque heure qu'il consacre au cours d' algèbre lui fera gagner 1 point lors de l'examen ; une heure d'étude de son cours de trigonométrie lui rapportera 0,5 point.
Il a parié avec son cousin qu'il obtiendrait une note de 12/20.
Combien d'heures doit-il étudier le cours d'algèbre et le cours de trigonométrie pour gagner son pari ?
A-t-il bien fait de profiter du weekend festif de son village ?

12 Voici plusieurs systèmes d'équations à trois inconnues.
Résous-les.

a) $\begin{cases} 5x + 3y + 8z = 59 \\ x + 2y - 4z = -12 \\ 3x - 5y + z = -4 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x + 2y + z = 5 \\ 2x + 2y + 2z = 5 \\ 3x + 5y + 2z = 4 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x + 5y + z = 5 \\ 2x + 5y + 2z = 2 \\ 3x + 5y + 3z = 4 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x + 2y + 3z = 2 \\ 2x + 5y + 1z = 3 \\ 3x + 1y + 1z = 4 \end{cases}$

SOLUTIONS

Challenges mathématiques

Exercice 1

Sans réponse préformulée –
Pablo lit un livre, dont les pages sont numérotées à partir de 1. À un moment où il est en bas d'une page, en additionnant les numéros des pages qu'il a déjà lues, il obtient 351. En additionnant les numéros des pages qu'il lui reste à lire, il obtient 469.
Combien ce livre a-t-il de pages ?

Réponse

OMB, 2017

Exercice 2

Sans réponse préformulée –
Je fais du vélo avec Marie. Nous roulons tous deux à vitesse constante. Pour effectuer le parcours entier, il me faut 15 minutes tandis qu'il en faut 20 à Marie. Si je lui laisse 4 minutes d'avance, combien de minutes lui faudra-t-il encore après que je l'ai dépassée ?

Réponse

OMB, 2016

Exercice 3

Sans réponse préformulée –
Un menuisier doit fabriquer 36 armoires. Il s'est planifié un travail uniformément réparti sur plusieurs jours. Mais chaque jour, il confectionne 3 armoires de plus que prévu, ce qui lui permet d'achever la commande avec exactement deux jours d'avance.
Combien d'armoires monte-t-il effectivement par jour ?

Réponse

OMB, 2015

Exercice 4

Sans réponse préformulée –
La somme de deux nombres naturels est 222.
Quel est le plus grand de ces nombres s'il dépasse de 2 unités le triple du petit ?

Réponse

OMB, 2013

Exercice 5

Sans réponse préformulée –
Un pêcheur ramena un jour au bout de sa ligne un grand poisson. La tête de ce poisson mesurait 9 cm. Le corps (sans queue ni tête) était aussi long que la tête et la queue réunies. La queue avait la même longueur que la tête plus la moitié du corps. Quelle était, en centimètres, la longueur totale de ce poisson ?

Réponse

OMB, 2013